

Tallinna Pedagoogikaülikool
Matemaatika-loodusteaduskond
Informaatika osakond

Tiina Puusalu
PROTSENTARVUTUSE ÕPITARKVARA
PÕHIKOOILE

Magistritöö

Juhendaja:
dots Madis Lepik
Konsultant:
Andrus Rinde

Autor.....”.....” 2003
Juhendaja.....”.....” 2003

Tallinn 2003

SISUKORD

SISUKORD.....	2
SISSEJUHATUS.....	3
1. PROSENTARVUTUS MATEMAATIKA ÕPPEKAVA OSANA.....	9
1.1. Protsentaruutuse koht õppekavas.....	9
1.2. Ülevaade protsentaruutuse õpetamise metoodikast.....	13
1.3. Protsentaruutuse käsitlemine meil ja mujal kasutusel olevates kooliõpikutes.....	33
2. ÕPIPROGRAMM PROSENTARVUTUSE TREENIMISEKS.....	53
2.1. Infotehnoloogia matemaatikahariduses.....	53
2.2. Õpiprogrammi üldkirjeldus.....	62
2.3. Kavandatava evalvatsiooni kirjeldus.....	84
KOKKUVÕTE.....	86
SUMMARY.....	88
KASUTATUD KIRJANDUSE LOETELU.....	91
LISAD.....	93

SISSEJUHATUS

Käesolev magistritöö käsitleb protsentarvutust, kui olulist matemaatika ainekava osa riiklikus õppekavas ja protsentarvutuse õpetamisega seotud probleeme ning pakub ühe võimaliku lahendusena protsentarvutuse õpetamise tõhustamiseks multimeediumi vahenditel põhineva protsentarvutust käsitleva õpiprogrammi loomist. Töö koosneb sissejuhatuses, kahest peatükist, kokkuvõttest ja lisast.

Peatükis 1 (“Protsentarvutus matemaatika õppekava osana”) alajaotuses 1.1 analüüsitakse eesmärke, mida seab Põhikooli ja gümnaasiumi riiklik õppekava koolile seoses protsentarvutusega. Alajaotuses 1.2 analüüsitakse võrdlevalt erinevaid meetodilisi lähenemisi protsentarvutuse käsitlemisele. Alajaotuses 1.3 vaadeldakse, kuidas on protsentarvutuse õpetamise meetodilised ideed realiseeritud erinevates kasutuselolevates kooliõpikutes nii meil kui mujal.

Peatükis 2 (“Õpiprogramm protsentarvutuse treenimiseks”) alajaotuses 2.1 käsitletakse infotehnoloogia rolli ja võimalusi matemaatikahariduses ning mõningaid veebimaterjale, mida on juba praegu võimalik matemaatikaõpetuses kasutada. Alajaotuses 2.2 tuuakse ära loodava õpiprogrammi “Protsent” üldkirjeldus, sealhulgas sihtgrupi analüüs, ainevaldkonna analüüs, programmi strateegiline struktuur ning taktikad ja õpiprogrammi tehniline kirjeldus. Alajaotuses 2.3 kirjeldatakse kavandatavat evalvatsiooni.

Lisas 1 on esitatud CD-plaadile kirjutatuna üks tutvustav lõik loodavast õpiprogrammist “Protsent”.

Magistritöö “Protsentarvutuse õpitarkvara põhikoolile” aktuaalsus ja eesmärgid

Kuna protsente kasutatakse väga paljudel elualadel, on vaja, et see matemaatika ainekava teema hästi selgeks saaks. Protsentide väga laialdane kasutamine kohustab kooli taotlema selle mõiste võimalikult selget omandamist õpilaste poolt ja saavutama kindlaid oskusi tema rakendamisel.

Olen koolis töötanud 13 aastat ja kogu selle aja jooksul puutunud kokku probleemiga, kus nii põhikooli kui ka gümnaasiumi lõpetajad on tõsisest raskustest protsentülesannete lahendamisele. On väga sagedane, et õpilased ei suuda lõpueksamil lahendada ka lihtsamaid elulisi protsentarvutust nõudvaid ülesandeid. Ka üleriigilistes tasemetöodes on osutunud osa määramine ja protsentülesanded õpilastele

rasketeks. Samas on probleemi ees ka õpetajad: kuidas õpetada protsenti nii, et õpilastele see arusaadav oleks ja tulemused oluliselt paraneks.

T. Tõnso kirjutab: “Protsentülesannete lahendamine valmistab Eestis raskusi juba aastakümneid. Kohtumistel õpetajatega olen tihti kuulnud kurtmist, et 6. klassis ei saa lastele protsentarvutus selgeks” (Tõnso, 2002).

Miks protsentarvutus selgeks ei saa?

Tõnu Tõnso hinnangul (Tõnso, 2002) on sellel mitu põhjust. Üks neist on paljude õpetajate poolt levitatav väärarusaam, mille kohaselt üks protsent on üks sajandik, s.o. 0,01. Protsent ei ole aga sajandik, vaid üks sajandik osa mingist kogumist, tervikust või arvust. Teine põhjus, miks protsente leida ei osata, on see, et protsentarvutust üritatakse õpetada mitmel viisil, kuid jäetakse asja loogiline olemus lapsele selgeks tegemata.

Üks oluline põhjus, miks protsentarvutus selgeks ei saa, on ka see, et paljud õpetajad õpetavad oma õpilasi lahendama protsentarvutuse ülesandeid võrdeskeemi abil.

Vaatame lähtudes Haridusministeeriumi statistikast lähemalt protsentarvutust puudutavaid ülesannete lahendustulemusi nii tasemetöodes kui põhikooli lõpueksamitel.

6. klassi riiklike tasemetööde statistika näitab, et protsentülesannete lahendamine tekitab selles kooliastmes raskusi.

1997. aasta matemaatika tasemetöös kontrollib protsentarvutuse oskust ülesanne 2: *Ristküliku pikkus on 15 cm ja laius sellest 60%. Leia ristküliku pindala.* (Variant A)

Analüüsiks pidid oma tööd saatma juhuvaliku põhjal 45 eesti ja 27 vene õppekeelega kooli. Töid analüüsis Aivar Kauge: “Kõige raskemaks osutus 2. ülesanne. Kahjuks jäi 29 % õpilastest protsenti leides hätta või tegi vea” (Kauge, 1998).

Analüüsist selgus veel, et 2. ülesande kolmest võimalikust punktist saadi eesti õppekeelega koolides keskmiselt 1,66 punkti, vene õppekeelega koolides keskmiselt 1,72 punkti. Vigade analüüs näitas, et protsendi mõistest arusaamisel ja selle rakendamisel tegi eesti õppekeelega koolides vea 33 % õpilastest, vene õppekeelega koolides 24 % õpilastest.

2001. aasta tasemetöö analüüsimisel püstitab Tiit Lepmann protsentarvutuse rakendamist nõudva ülesande puhul koguni küsimuse selle temaatika jõukohasusest 6. klassis (Lepmann, 2002).

Protsentarvutuse tundmist nõudis ülesanne 10:

Möödunud õppeaastal analüüsitud 1604-st kuuenda klassi matemaatika tasemetööst olid 41,45% kirjutanud vene õppekeelega koolide õpilased. Mitme vene õppekeelega kooli õpilase tööd analüüsi? (Variant A.)

Tiit Lepmann kommenteerib lahendustulemusi järgmiselt: “Tehte valik ühe tehtega protsentülesandes õnnestus vaid 44% õpilastest. Kui möödunud aastatel nimetati protsentülesannete halva lahendatuse põhjuseks asjaolu, et need olid nn kahetehteülesanded, siis tänavu langeb see põhjus ära. Näeme, et ka ühetehteline protsentülesanne on selle vanuseastme õpilastele raske. Hoolimata protsentülesande oluliselt lihtsamast sõnastusest selle aasta töös, lahendasid õpilased seda ikkagi halvasti” (Lepmann, 2002).

Aasta 2002 matemaatika tasemetööd analüüsinud Hannes Jukk ja Tiit Lepmann tõdevad, et “protsentiarvutus ja osa määramine on II kooliastmes olnud läbi aegade üks raskemaid, sellest annab tunnistust ka käesolev tasemetöö” (Lepmann, Jukk, 2003).

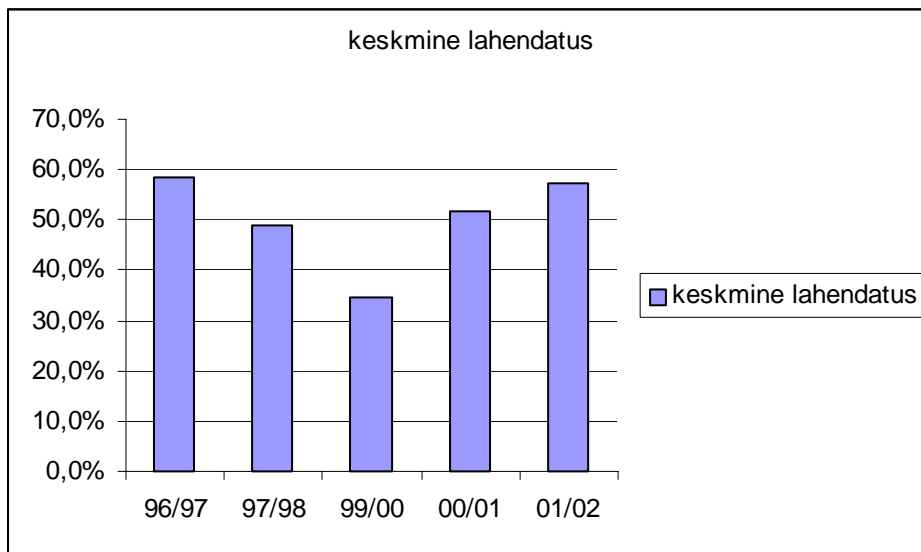
Vastava teema oskuste omandatust kontrollis vaadeldavas tasemetöös ülesanne 6:

Teosta tehted.

- a) *leia kaks kolmandikku arvust 12;*
- b) *leia 25% arvust 12,*
- c) *leia arv, mis on 25% võrra suurem kui arv 12. (Variant A).*

Tasemetööde analüüsist selgus, et ülesande 6 a) (osa leidmine arvust) lahendasid õigesti 64,9% õpilastest, ülesande 6 b) (protsendi leidmine arvust) lahendasid õigesti 70,9% õpilastest, ülesande 6 c) (leida arv, mis on teatud protsendi võrra suurem kui antud arv) lahendus sisaldas kahte operatsiooni ja oli seetõttu raskem kui eelmised ning lahendatus oli vaid 46,8%.

Joonis 1 esitab riiklikes tasemetöodes osa leidmise ülesande või protsentülesande keskmise lahendatuse võrdluse õppeaastate kaupa. Tabelist nähtub, et protsentarvutust sisaldav ülesanne kuulub läbi aastate nõrgemalt lahendatud ülesannete hulka.



Joonis 1

Osa leidmise ja protsentülesande keskmine lahendatus riiklikes tasemetöodes

Protsentiarvutust nõudvad ülesanded on osutunud rasketeks ka põhikooli lõpetaja jaoks.

1999. aastal käsitles põhikooli matemaatika lõpueksam protsentiarvutust ülesandes 6:

Perekonna kuusissetulek on 7200 krooni, millest 24% läheb eluaseme kuludeks. Ülejäänud rahast pannakse 1000 krooni panka. Mitu krooni jääb perekonnal muudeks kuludeks? Lahendamisel esita kirjalikult iga vajalik tehe koos küsimuse või selgitusega, mida sa selle tehtega leiad. (Variant A.)

Kohustuslike ülesannetena tuli vaadeldavas eksamitöös lahendada neli esimest ülesannet, seega kuulus protsentiarvutust käsitlev ülesanne valikülesannete hulka. Kui eeldada, et ülesande 6 valisid lahendamiseks vaid need õpilased, kes teema väga hästi omandanud olid, siis võib tulemustega rahule jääda (keskmiselt 4,2 punkti 5 võimalikust) . Eksamitöid analüüsinud Aksel Telgmaa sõnul (Telgmaa, 1999) leiti arvust protsendid enamasti võrde abil, st sisuliselt 1% kaudu. Mõni õpilane ei kasutanud võrret ja leidis vajaliku arvu kahe eraldi tehtega- enne 1% ja seejärel otsitav arv. Paljud õpilased kasutasid ka ratsionaalsemat võtet: avaldasid protsendid kõigepealt kümnendmurru kujul ning tegid seejärel vajaliku korrutamistehte. Mitu õpilast ei saanud aga ülesande tekstist õigesti aru, mistõttu nad ei teinud pärast

protsentide arvutamist enam õigeid tehteid. Näiteks ei saadud aru, millisest summast tuleb lahutada 1000 krooni.

Protsentiarvutust sisaldav ülesanne on jäänud nõrgemini lahendatud ülesannete hulka järgnevate aastate lõpueksamitel.

Aastal 2000 oli protsentiarvutuse rakendamist nõudev ülesanne kohustuslike ülesannete hulgas (ülesanne 1, variant A):

*On antud avaldis $4/5:0,6+1,6 *1/6$. Arvuta kirjalikult:*

- 1) *selle avaldise täpne väärtus;*
- 2) *leitud väärtusest 25% võrra väiksem arv.*

Kui selle ülesande esimese osaga tulid õpilased suhteliselt hästi toime, siis teine osa osutus tõsiseks komistuskiviks.

Aksel Telgmaa: “Protsentülesande on jätnud õpilased kas üldse lahendamata või leidnud esimese osa vastusest 25% ning jätnud siis ülesande pooleli. Järelikult ei ole need õpilased ülesandes antud probleemist aru saanud või omandanud protsentülesannete lahendamise formaalselt” (Telgmaa, 2000).

Vaatame põhikooli lõpueksamit 2001. aastal. Protsenti käsitlev ülesanne on nr 2:

Laos on 20 tonni puuvilju, millest 43% on pirnid, ülejäänud aga on õunad. Õuntest $2/3$ on sügisõunad, ülejäänud on taliõunad. Arvuta, mitu tonni on laos pirne, mitu tonni on sügisõunu ja mitu tonni taliõunu. (Variant B.)

Lahenduste analüüsimisel selgus, et suur osa õpilasi ei saanud aru ülesande tekstist. Samuti ei osanud paljud õpilased protsendi mõistet praktikas kasutada. Helgi Uudelepp väidab: “Lahendusena pakuti sageli üksteise alla kirjutatud tehete rida, konkreetse selgitusega lahendusi oli üsna vähe” (Uudelepp, 2001).

Lõpueksami protsentülesande lahendusedukusega võib rahule jääda ainult neil aastatel, kui protsentülesanne on lülitatud valikülesannete ossa. Siis valib nimetatud ülesande vaid see õpilane, kes teema omandatuses kindel on.

Põhikooli ja gümnaasiumi riiklik õppekava kohustab põhikooli lõpetajale andma alljärgnevad, protsentiarvutust puudutavad, ainevaldkonnapädevused:

Põhikooli lõpetaja teab ja tunneb protsendi mõistet, oskab lahendada protsentülesannete põhitüüpe (RT I 2002, 20, 116).

Eespool toodud riiklike tasemetööde ja põhikooli lõpueksamite tulemuste analüüs aga näitab, et Eesti koolides on õpilased protsendi mõiste ja protsentülesannete lahendamise omandanud suhteliselt nõrgalt. Sellest tuleneb ka käesoleva magistratöö

vajadus ja eesmärk: On vaja teadvustada protsentarvutust käsitlevate teemade nõrk omandatus Eesti koolide õpilaste poolt ning leida võimalus protsentarvutuse õpetamist tõhustada infotehnoloogia vahendite ja protsentarvutust käsitleva, multimeediumi vahenditel tugineva, õpiprogrammi loomise abil.

1. PROTSENTARVUTUS MATEMAATIKA ÕPPEKAVA OSANA

1.1. Protsentarvutuse koht õppekavas

Teema “Protsent” näol on tegemist olulise osaga matemaatikaõppes, mida kajastab ka kehtiv Põhikooli ja gümnaasiumi riiklik õppekava (RT I 2002, 20, 116). Õppekavas on ära toodud matemaatika õpetamise peamised ülesanded. Muuhulgas ka ülesanne: *Osa matemaatika tulemustest ja keelest on sedavõrd juurdunud igapäevaellu, et neid valdamata on inimesel mõeldamatu ühiskonnas toime tulla. Seetõttu peab matemaatikaõpetus täitma ka praktilis-rakenduslikku funktsiooni.* Suur praktiline ning eluline tähtsus on ka protsentarvutuse tundmisel. Pole ju mõeldavgi, et kaasaja inimesel ei ole sisulist arusaamist mõistest “protsent”, oskust arvutada näiteks sissetulekutelt makstavaid makse, laenuintresse, kaupade ja teenuste hinnatõuse või – langusi.

Matemaatikaõpetuse ülesanded konkretiseeritakse ainekavas kooliastmeti õpetuse eesmärkide, õppesisu ja õpitulemuste kaudu. Matemaatika õppematerjali võib tinglikult liigitada alljärgnevalt:

- mõisted; siia kuuluvad koolimatemaatikas esinevad mõisted koos nende tähistamisega;
- omadused ja seosed; õpitakse tundma mõistete definitsioonidest järelduvaid omadusi ning mõistetevahelisi seoseid, sageli valemi või teoreemina;
- reeglid (eeskirjad) ja protseduurid; siia kuuluvad mitmesugused algoritmid, mida tuleb täita, et jõuda vajaliku resultaadini. Reeglid kujunevad üldistusena konkreetsete näidete analüüsist, tulenevad definitsioonidest või valemitest;
- protseduurid; mõistete, omaduste, seoste ning algoritmide teadmine ei tähenda veel seda, et õpitut osatakse rakendada. Oskused kujunevad tegevuses. Protseduuride all tuleb mõista tegevust, milles toimub algoritmide praktiline rakendamine. Nii kujunevad oskused ja vilumused.

Matemaatika ainekava 4. – 6. klassi õppesisu osa “Arvutamine ja mõõtmine” sisaldab järgmisi teemasid:

Naturaalarvud. Harilikud murrud, tehted nendega. Kümnenmurrud, tehted nendega. Arvu ruudu ja kuubi mõisted. Kindel arvutusoskus peast, kirjalikult ja taskuarvuti abil. Arvuteooria alged: jaguvustunnused, algarvud, kordarvud, suurim ühistegur,

vähim ühiskordne. *Protsentarvutus*. Mõõtmise ja mõõtühikud (osaliselt kordamine): pikkus, pindala, ruumala, aeg, kiirus, mass, nurk, rahalised väärtused. *Ülesannete lahendamine (ka õpilaste kogutud andmetega), milles kajastuvad lihtsamad majandus- ja rahandusküsimused nagu ost ja müük, hoiused, intress*. Geomeetriliste kujundite ümbermõõdu, pindala ja ruumala arvutamine. *Peamiselt ülesannete kaudu mõnede statistika ja tõenäosusteooria alaste esmaste mõistetega tutvumine: arvandmete kogumine ja süstematiseerimine, sagedustabel, andmete kujutamine diagrammina, aritmeetiline keskmine, kõige sagedamini esinev väärtus, suhteline sagedus, juhuslikkus, tõenäosus. Probleemülesannete lahendamine*. Negatiivsed arvud, arvtelg. Arvu absoluutväärtus. Ristkoordinaadid tasandil. Lihtsamad empiirilised graafikud.

Põhikooli ja gümnaasiumi riikliku õppekava kohaselt (RT I 2002, 20, 116) peavad 6. klassi lõpetanu õpitulemused olema alljärgnevad:

6. klassi lõpetaja teab ja tunneb:

- arvude kümnendsüsteemi, naturaalarve, kümnendmurde ja harilikke murde;
- tehete järjekorda;
- hariliku murru põhiomadust ja taandamist;
- *protsendi mõistet*;
- aritmeetiliste tehete andmete ja tulemuse vahelisi seoseid;
- ainekavaga määratud mõõtühikuid ning nende vahelisi seoseid;
- arvtelge ja ristkoordinaadistikku tasandil;
- kolmnurga sisenurkade summat, kolmnurkade võrdsuse tunnuseid;

6. klassi lõpetaja oskab:

- naturaalarve ning kümnendmurde lugeda, kirjutada ja järjestada;
- arvutada peast, kirjalikult ja taskuarvutil naturaalarvudega ja kümnendmurdudega ning rakendada neid arvutusoskusi tekstülesannete lahendamisel;
- lihtsustada avaldise ning arvutada lihtsamate tähtvaldiste väärtusi;
- laiendada ja taandada harilikku murdu;
- arvutada lihtsamate harilike murdudega, teisendada kümnendmurde harilikeks murdudeks ja vastupidi;
- leida ja kasutada arvu pöördarvu;
- *lahendada protsentülesannete põhitüüpe*;
- kasutada aritmeetiliste tehete andmete ja resultaadi vahelisi seoseid lihtsamate võrrandite lahendamisel;

- ülesannete lahendamisel kasutada mõõtühikutevahelisi seoseid;
- määrata punkti asukohta koordinaattasandil ja lugeda koordinaattasandil asuva punkti koordinaate;
- tabeli andmete järgi kujutada lihtsamaid seoseid graafiliselt;
- graafiku järgi nähtust kirjeldada (nt aeg–temperatuuri graafik);
- kolmnurki liigitada;
- rakendada ülesannete lahendamisel kolmnurga nurkade omadust ja kolmnurga võrdsuse tunnuseid;
- arvutada ristküliku, ruudu ja kolmnurga übermõõtu ning pindala, ringi pindala ja ringjoone pikkust, risttahuka ning kuubi ruumala;
- käsitseda sirklit, joonlauda, nurklauda ja malli lihtsamates geomeetrilistes konstruktsioonides: lõigu ja nurga poolitamine, antud sirgele ristsirge joonestamine, antud sirgega paralleelse sirge konstrueerimine, kolmnurga konstrueerimine kolmel põhijuhul; mõõta nurga suurust ja konstrueerida antud suurusega nurka;
- koostada statistiliste andmete sagedustabeleid, joonestada diagramme;
- diagramme kirjeldada ja tõlgendada; leida kõige sagedamini esinevat väärtust ning arvutada aritmeetilist keskmist.

Matemaatika ainekava 7. - 9. klassi õppesisu näeb allaosas “Arvutamine” ette järgmiste teemade käsitlemise: Aritmeetilised tehted ratsionaalarvudega, astendamine täisarvulise astendajaga. Ruutjuur. Ruutvõrrandi lahendite omadused. Ligikaudsed arvud. Negatiivse astendajaga aste. Arvu standardkuju. *Ülesanded protsentidele, ka majandusülesanded. Statistilise kogumi karakteristikud: aritmeetiline keskmine, mood, mediaan, keskmine hälve. Sündmuse tõenäosuse mõiste, selle arvutamine lihtsamatel juhtudel.* Geomeetriliste kujundite pindalade ja ruumalade arvutamine. *Probleemülesannete lahendamine.*

Põhikooli lõpetaja õpitulemustena on märgitud, et:

Põhikooli lõpetaja teab ja tunneb:

- ratsionaalarve;
- võrranditega tehtavaid teisendusi; lineaar-, ruut- ja murdvõrrandeid ning ruutvõrrandi lahendivalemeid ja lahendite omadusi;
- lineaarvõrratust ja lineaarvõrratuse lubatavaid teisendusi;
- negatiivse astendajaga astme mõistet;
- arvutamise abivalemeid;

- lihtsamaid funktsionaalseid seoseid (lineaarne, võrdeline, pöördvõrdeline ja ruutsõltuvus) ja nende graafikuid;
- *statistiliste andmete esitusviise ja arvarakteristikute arvutamise eeskirju;*
- *sündmuse tõenäosuse mõistet;*
- ainekavakohaseid tasandilisi ja ruumilisi kujundeid, nendevahelisi seoseid ja omadusi, pindala (ruumala) arvutamise eeskirju;
- loogilise arutelu olemust ja loogilise arutelu esmaseid meetodeid;
- matemaatika keelt ja selle kasutamist.

Põhikooli lõpetaja oskab:

- arvutada ratsionaalarvudega peast, kirjalikult ja taskuarvutil;
- teisendada lihtsamaid ratsionaalavaldisi;
- lahendada ja ülesande andmete järgi koostada lineaar- ja ruutvõrrandeid, lihtsamaid murdvõrrandeid ja kahe tundmatuga lineaarvõrrandisüsteeme;
- lahendada ühe tundmatuga lineaarvõrratusi;
- joonestada ainekavaga määratud funktsioonide graafikuid ning lugeda graafikult funktsiooni omadusi;
- *korrastada ja töödelda lihtsamaid statistilisi andmeid ning tõlgendada arvatud karakteristikuid;*
- *leida lihtsamatel juhtudel sündmuse tõenäosust;*
- lahendada täisnurkseid kolmnurki;
- arvutada ainekavaga määratud tasandiliste kujundite ümbermõõtu ja pindala ning ruumiliste kehade pindala ja ruumala;
- defineerida ja liigitada ainekavaga määratud mõisteid.

Põhikooli lõpetaja saab aru ainekavakohastest loogilistest arutlustest (tõestustest) ning mõistab nende vajadust, oskab omandatud teadmiste piires teha antud eeldustest loogilisi järeldusi ning väiteid põhjendada.

Märgime, et protsentarvutus on leidnud kindla koha ka rahvusvahelise kooliõpilaste matemaatikateadmiste võrdlusuuringus (TIMSS) testipaketis (Lind, 2003).

1.2. Ülevaade protsentarvutuse õpetamise metoodikast

Järgnevalt vaatleme protsentarvutuse õpetamise metoodikaid, kirjapanduna nii Eesti kui ka välismaa autorite-metoodikute poolt. Selleks analüüsime teemakohaseid soovitusi metoodikaraamatutes ja teema esitusi kooliõpikutes.

A. Telgmaa, K. Ariva “Matemaatika õpetamisest 5. klassis”, Tallinn, 1976

A. Telgmaa ja K. Ariva (Telgmaa, Ariva, 1976) tõdevad, et protsendi mõiste defineerimisel on metoodilises ja õppekirjanduses levinud kaks teineteisest erinevat viisi. Esimese, traditsioonilise käsitlusviisi kohaselt defineeritakse protsent mingist arvust (suurusest): mingi arvu (suuruse) sajandikku osa nimetatakse selle arvu (suuruse) protsendiks. On ilmne, et sellise defineerimisviisi juures peab protsendi mõistega esinema veel mingi arv, mille protsendid on parajasti kõne all. Teise käsitluse kohaselt vaadatakse protsenti kui ühte arvu kirjutusviisi. Kooskõlas sellega defineeritakse, et $1\% = 1/100 = 0,01$. Selle definitsiooni kohaselt võib ka iga abstraktset arvu avaldada protsentides: $0,5 = 50\%$; $1 = 100\%$; $3 = 300\%$ jne.

Protsendi selline tõlgendamine võib aga esile kutsuda ka vastuväiteid, sest protsendi mõiste on oma ajaloolises arengus tugevasti juurdunud traditsioonilises tähenduses, mis pole taolise defineerimisviisiga päriselt vastavuses.

Nii näiteks, oleks võõras ütelda, et inimese pikkus on 180%. Või et õpilane sai oma matemaatika kontrolltöö hindeks 400%. Selline ütlemisviis ei ole antud definitsiooni mõttes siiski mitte arutu, aga siiski tavatu, sest protsendi mõiste praktilisel rakendamisel on välja kujunenud oma kindlad traditsioonid. Nendest traditsioonidest väljumine on harjumatu ja ka tarbetu. “See aga ei tähenda, et protsendi mõistet ei tuleks defineerida lihtsamalt ja täpsemalt, s.t. protsenti samastada sajandikuga” (Telgmaa, Ariva, 1976). Protsenti võib käsitleda kui üht arvu kirjutusviisi, öeldes, et osamäära avaldamiseks kasutatakse harilike murdude ja kümnendmurdude kõrval veel protsente. Et aga osamääraks võib olla mistahes arv, siis võib ka protsente kasutada mistahes arvu üleskirjutamiseks.

Enne, kui hakata protsente kasutama konkreetsete ülesannete lahendamisel, tuleb õppida protsente avaldama hariliku murruna ja kümnendmurruna ning

ümberpöördult. Oluline on märkida, et nimetatud teisendused on teineteise pöördteisendused. Kui protsentides antud arvu kirjutada ilma protsendimärgita, siis tuleb protsendimärgi ees olevat arvu vähendada 100 korda ja protsendimärk ära jätta. Sisuliselt tähendab see antud arvu jagamist 100-ga, sest protsendi märgi ärajätmine suurendab arvu 100 korda. Et aga arvu mitte muuta, tuleb teda ka vähendada 100 korda. Ümberpöördult, kui tahame mõnda arvu kirjutada protsendimärgi abil, siis tuleb seda arvu suurendada 100 korda ning lisada protsendimärk. Sisuliselt tähendab see antud arvu korrutamist 100-ga.

Osa leidmine arvust on õpilasele tuntud kui üks korrutamistehtega lahenduv ülesande tüüp. Osa leitakse arvust antud arvu ja osamäära korrutamise teel. Sageli on osa leidmisel arvust osamäär antud protsentides. Sel juhul öeldakse teisiti, et tuleb leida antud arvu protsendid. Tuleb aga märkida, et midagi põhimõtteliselt uut sellised ülesanded ei kujuta, sest ülesande lahendamise skeem jääb endiseks: antud arv tuleb korrutada osamääraga. Vaja on ainult antud osamäär teisendada eelnevalt kas harilikuks murruks või kümnendmurruks. Võime anda eeskirja:

Selleks, et leida protsente antud arvust, tuleb:

- 1) avaldada protsendid hariliku murru või kümnendmurru kujul;
- 2) korrutada antud arv saadud murruga.

Näiteks, leiame 18% 200-st. Saame: $18/100 \times 200 = 36$ või $0,18 \times 200 = 36$.

Seega, 18% 200-st on 36.

Arvu leidmine tema antud osa ja osamäära järgi on üks konkreetne ülesande tüüp, mis lahendatakse jagamistehte abil. Lahenduskäigu käsitus on mitmeti analoogiline nimetatud ülesande pöördülesande (osa leidmine arvust) käsitlusega. Lähtekohaks on konkreetne ülesanne, milles on vaja leida üks arv, kui on teada selle arvu osa ja vastav osamäär. Siin tuleb leida antud osa ja osamäära jagatis. Esialgu vaadeldakse ülesandeid, milles osamäär on antud hariliku või kümnendmurruna. Sageli aga antakse osamäär protsentides. Sel korral öeldaksegi, et on vaja leida arv tema antud protsentide järgi. Ülesande lahendamise skeem aga sellest ei muutu. Ka nüüd tuleb jagada antud osa osamääraga, kuid eelnevalt avaldada osamäär kas hariliku murruna või kümnendmurruna. Võime anda eeskirja:

Selleks, et leida arvu tema protsentidega väljendatud osa järgi, tuleb:

- 1) avaldada protsendid hariliku murru või kümnendmurru kujul;
- 2) jagada antud osa saadud murruga.

Näiteks, leiame arvu, millest 5% võrdub 15-ga. Saame:

$$15 : 5/100 = 300 \text{ või } 15 : 0,05 = 300.$$

Seega, otsitav arv on 300.

Kahe arvu jagatis näitab, kui suure osa moodustab jagatav jagajast. Sageli väljendatakse ka kahe arvu jagatist protsentides. Jagatis protsentides näitab, mitu protsenti moodustab jagatav jagajast. Selleks, et väljendada jagatist protsentides, tuleb:

- 1) jagada esimene arv teisega;
- 2) väljendada saadud jagatis protsentides (jagatis korrutada 100-ga ja korrutise järele kirjutada protsendimärk).

Näiteks, leiame mitu protsenti moodustab arv 6 arvust 25. Saame:

$$6/25 = 0,24 = 24\%.$$

Seega, arv 6 moodustab 25-st 24%.

A.Telgmaa ja K. Ariva peavad otstarbekaks defineerida protsenti kui üht sajandikku, s.t. samastada protsent sajandikuga. Siin on aga oht, et õpilasele jääb mõiste “protsent” sisuline külg arusaamatuks. Ülesandeid protsentidele soovitatakse lahendada, järgides ideed, et iga ülesannet protsentidele saab esitada ja lahendada kui murdarvuliste andmetega ülesannet. Tehted murdarvudega on aga õpilasele tuttavad juba varasemast matemaatikakursusest. Metoodika puuduseks tuleb lugeda illustreerivate näidete puudumist. Näiteülesannetes esineb aga vähe elulähedust.

L. Lepmann, K. Kaasik “Väike metoodikaraamat II kooliastme matemaatikaõpetajale”, Tallinn, 2002

L. Lepmann ja K. Kaasik (Lepmann, Kaasik, 2002) selgitavad, et mõnedel sagedamini kasutatavatel murdudel on oma nimetused: pool, veerand, kolmveerand. Mõõtühikute puhul kasutatakse palju kümnendikke, sajandikke jne. Nii on ka sajandik saanud oma nimetuse – protsent. Sõna protsent tuleneb ladinakeelsest väljendist procentum, mis tähendab saja kohta. Protsent on defineeritud ühe sajandiku osana tervikust: $1/100$ osa = 1%. Kasutusel on kahesugused definitsioonid, mis lühidalt kirjapanduna näevad välja sellised:

1% on $1/100$ osa arvust (tervikust)

1% on $1/100$.

Ka sel juhul, kui kasutame viimast definitsiooni, tuleb arvu $1/100$ mõista kui suhtarvu (mitte absoluutarvu), kui osa millestki. Samas ei tohi ka unustada rõhutamast, et tervik on alati 100%.

Protsentülesannete lahendamiseks on kaks eri meetodit:

nn ühikumeetod, mis sobib mistahes ülesande lahendamiseks;

nn reeglimeetod, mille rakendamisel peab ülesande tüüpi teadma.

Vaja on tutvuda mõlema võttega. Esimene annab sisulise arusaamise, teine on formaalsem.

Näide1:

Arvutame 5% 20 meetrist.

Ühikumeetod.

Lahendame ülesande 1 osa kaudu kahe tehtega. Arvust 5% leidmiseks leiame 20 meetrist enne 1%, siis 5%.

Arutleme nii. Selleks et leida 20 meetrist 5%, arvutame esmalt 1%, seega $1/100$, mis on 20 meetrist (tervikust) 100 korda väiksem:

$20m:100=0,2m$.

5% 20 meetrist on 5 korda suurem kui 1% 20 meetrist, seega 5% on

$5 \times 0,2m=1m$.

Reeglimeetod.

Leiame osa osamääruga korrutamise teel. Selleks on omakorda kaks võimalust.

Teisendame protsentides antud osamäära harilikuks murruks ja korrutame antud arvu osamääraga:

$$5\% = 5/100; 5/100 \times 20m = 5 \times 20 / 100m = 1m$$

Teisendame protsentides antud osamäära kümnendmurruks ja korrutame antud arvu osamääraga:

$$5\% = 0,05; 0,05 \times 20m = 1m.$$

Näide 2 .

Poest tulles oli emal alles 300 krooni ja ta ütles, et see on 60% sellest rahast, mis tal oli poodi minnes. Kui palju raha oli emal poodi minnes?

Ühikumeetod.

Kogu rahast (tervik on 100%) oli emal poest tulles alles 60%, millele vastab 300 krooni.

$$1\% \text{ emal kaasasolnud rahast on: } 300 \text{ kr.} : 60 = 5\%.$$

$$\text{Emal oli poodi minnes raha (100%): } 100 \times 5 \text{ kr.} = 500 \text{ kr.}$$

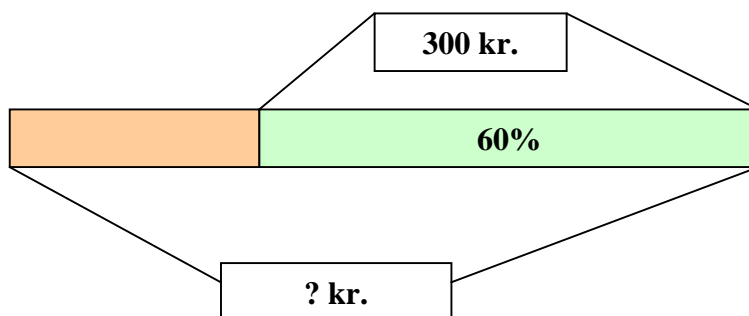
Reeglimeetod.

Ülesande lahendamise samuti nagu siis, kui osamäär oli antud hariliku või kümnendmurruna (jagame osale vastava arvu osamääraga). Selles ülesandes võime protsendi teisendada kümnendmurruks:

$$60\% = 0,6.$$

$$\text{Emal oli poodi minnes raha: } 300 \text{ kr.} : 0,6 = 500 \text{ kr.}$$

Eelnenud ülesande lahendamiseks soovitatakse teha joonis:



Elus esineb enamasti kolm põhiülesannete tüüpi:

- a) protsendi leidmine arvust;
- b) arvu leidmine tema protsendi järgi;
- c) jagatise väljendamine protsentides.

Suuruse muutumine protsentides kasutab kahte eelnevat põhiülesannet. Hiljem lisandub protsentülesannete lahendamisel nendele võtetele võrdemeetod.

Selleks, et võrrelda omavahel mitmesuguseid suurusi või muutumisi, millel on erinevad tervikud, on otstarbekas kasutada protsente. Selleks avaldatakse võrreldavad suurused hariliku murru kujul, mis näitab, kui suure osa üks arv moodustab teisest, misjärel minnakse üle harilikult murrult protsentidele.

L. Lepmann ja K. Kaasik defineerivad mõiste protsent kui ühe sajandiku osa tervikust. Seega, kui ka kasutatakse kirjalpilti $1\% = 1/100$, tuleb õpilasele selgitada, et tegu on suhtarvu, mitte absoluutarvuga. See soovitus on kindlasti oluline mõistest “protsent” sisulise arusaamise kujundamisel.

Põhiülesandeid protsentidele soovitatakse lahendada kolmel viisil:

nn ühikumeetodil, reeglimeetodil või võrdemeetodil. Õpilastele soovitatakse tutvustada kõiki lahendusmeetodeid (ühiku- ja reeglimeetodit 6. klassis, võrdemeetodit 8. klassis). Minu hinnangul tundub siiski mõistlik valida 6. klassi õpilase jaoks välja vaid üks meetod, vastasel korral satub õpilane segadusse ega omanda protsentarvutust üldse või omandab selle nõrgalt. Eelistada tuleks ühikumeetodit, mis sobib mistahes ülesande lahendamiseks ja annab ka sisulise arusaamise. Reeglimeetod on formaalsem ning sobib vaid sellisele õpilasele, kes reeglid ning lahenduseeskirjad küll meelsasti pähe õpib, kuid ei saa aru nende sisust. Ka 8. klassis, kus õpilasele on juba tuttavad mõisted “võrre” ning “võrdekujuline võrrand”, tuleks protsentarvutusülesannete juures eelistada ühikumeetodit võrdemeetodile, sest ühe protsendi abil saab lahendada ka keerukamaid ülesandeid.

Eelkirjeldatud metoodika kommentaariks võiks veel tuua T. Tõnso hinnangu: “Et ühe protsendi abil saab lahendada ka raskemaid ülesandeid, aga võrdeskeemi abil ei saa, olen otsustanud täielikult loobuda õpilasi eksitava võrdeskeemi kasutamisest matemaatikaõpikutes ja kutsun ka teisi autoreid üles sedasama tegema” (Tõnso, 2002). Ja veel nendib T. Tõnso: “Kõige paremini saab mõiste “protsent” loogiline sisu

õpilasele selgeks siis, kui ta õpib kõigepealt leidma ühte protsenti ja seejärel seda, mida ülesandes nõutakse. Niiviisi (ühe protsendi abil) on protsentarvutust õpetatud juba sajandeid ja niisuguse aruteluga seotud õpetusviisi puhul saab laps aru, mida teeb” (Tõnso, 2002).

Uudse momendina on toodud soovitus tekstilise protsentülesande lahendamiseks koostada lahendusplaan ja teha ülesande andmete ja otsitava vahelistest seostest parema ülevaate saamiseks joonis.

Dietrich Prochnow ja Wolfgang Thies “Vorbereitende Übungen zur Einführung der Prozentrechnung”, Berlin, 1964

Saksa matemaatikud Dieter Prochnow ja Wolfgang Thies (Prochnow, Thies, 1964) koostasid juba 1964. aastal kogumiku “Vorbereitende Übungen zur Einführung der Prozentrechnung”, milles käsitletakse protsentarvutuseks ettevalmistavaid õppetükke ja ülesandeid hargprogrammi kujul.

Dieter Prochnow'i ja Wolfgang Thies' i poolt (Prochnow, Thies, 1964) koostati õpilastele õppevihik, mille ülesehitus on erinev tavapärastest õpikutest. Õpilane saab sellega töötada täiesti iseseisvalt nii kodus kui õppetundides. Suunatud on õppematerjal aga rohkem õpilase iseseisvaks tööks.

Vihiku alguses on toodud kordamiseks mitmeid võimalusi arvude võrdlemiseks. Selle juurde kuulub ka murdude võrdlemine, ühise nimetaja leidmine ja võrrete koostamine. Seejuures on eriti tähtsal kohal arvu 100 kasutamine võrdarvuna, sest arvul 100 on protsentarvutuses eriline osa. Arvu 100 kasutatakse võrdarvuna paljudes näiteülesannetes. Alles pärast seda tuuakse sisse mõiste “protsent”.

Õpilasele antakse lahendamiseks rohkesti ülesandeid, mille õige lahendamine viib järk-järgult lähemale mõiste “protsent” sisu mõistmisele. Ei ole ka karta, et õpilane selliste ülesannete lahendamisega toime ei tule, sest hargprogrammis antakse igale püstitatud ülesandele mitu võimalikku lahendusvarianti. Nendes on toodud õige lahenduskäik ja tõenäolisemad valel loogikal põhinevad lahendused, millest õpilane kas valib õige ja saab tagasisidena kommentaari või valib vale ning saab tagasisidena põhjenduse, miks valitud vastus pole õige ning näpunäiteid õige lahenduse leidmiseks. Valevastuseid antakse õpilasele mitu, õigeid vastuseid aga vaid üks. Seega

peab õpilane vastuse valikul hoolikalt mõtlema ja ülesande lahendama. Iga vastuse järel on antud lehekülje number, kust leiab õpilane juhiseid edasiseks tööks.

Näited.

Ülesanne: Me tahame õppida selgeks protsentarvutust. Selleks peame oskama kõigepealt arve võrrelda. Kuidas on võimalik arve võrrelda?

Vastused: 1) Liitmise teel? 2) Suhte moodustamise teel? 3) Korrutamise teel? 4) Lahutamise ja murruna kujutamise teel? 5) Lahutamise, murruna kujutamise ja suhte moodustamise teel.

Kui õpilane valib vastuseks variandi 1) või 3), saab ta kommentaari “Vale!” ja selgituse: “Kui me tahame midagi võrrelda, siis määrame esmalt kindlaks vahed ja peame silmas, et näiteks vanapaberi kogumise tulemus erinevates klassides sõltub õpilaste arvust.” Kui õpilane valib vastuseks variandi 2), saab ta kommentaari: “Ebatäielik!” ning selgituse: “Sa oled õigesti aru saanud, et arve võrreldakse suhte moodustamise teel. Suhteid saab aga omakorda võrrelda, näiteks $3/5 < 1/5$. Suhteid me võrdleme seega võrratuste või võrduste moodustamise teel. Need pole veel aga kõik võimalused arvude võrdlemiseks. Pea meeles, et võrdlemise lihtsamatel juhtudel määratakse kindlaks ainult vahed. Näiteks: Peeter on pikem kui Jüri. Mine tagasi ülesande juurde ja täienda oma vastust.” Kui õpilane valib vastuseks variandi 4) või 5), siis saab ta kommentaariks: ”Õige!” ja selgitava teksti: ”Me võrdleme arvulisi andmeid lahutamise ja suhte (ka murru kujul) moodustamise teel.”

Kui õpilane on jõudnud õige vastuseni, siis lubatakse tal teemaga edasi minna ja hakatakse võrdlemisvõimalusi üksikasjalikumalt vaatama andes õpilasele uue ülesande: Vanapaberi kogumise võistlusel kogusid õpilased vanapaberit alljärgnevalt: Klaus 15 kg, Peeter 19 kg, Hans 13 kg ja Erich 21 kg. Arvuta nende õpilaste keskmine tulemus.

Jälle antakse õpilasele võimalikud vastusevariandid ja õpilane lubatakse uue ülesande juurde vaid siis, kui keskmine on õigesti arvutatud. Seejärel lastakse õpilasel leida erinevused keskmisest. Kui ka need ülesanded on edukalt lahendatud, lastakse õpilasel järjestada vanapaberivõistluses osalenud klasse paremuse järgi: 5. klass kogus 319 kg (klassis on 22 õpilast), 6. klass kogus 204 kg (klassis on 17 õpilast), 7. klass kogus 294 kg (klassis on 20 õpilast), 8. klass kogus 312 kg (klassis on 24 õpilast). Missugusele kohale tulid need klassid võistluses? Selle ülesande lahendamiseks peab õpilane moodustama kilogrammide arvu ja õpilaste arvu jagatised. Õpilane

suunatakse saadud harilikke murde teisendama kümnendmurdudeks ja seejärel neid võrdlema. Samas antakse ka selgitus, et kui tahtnuksime võrrelda harilikke murde, siis tulnuks need eelnevalt teisendada ühenimelisteks. Järgmisena antakse õpilasele harilike murdude võrdlemise ülesanne ja lisatakse näpunäide, et kasulik on teisendada murde nii, et nimetajaks on arv 100. Selliseks teisendamiseks on erinevaid võimalusi:

- Kümnendmurruks teisendamise teel: $1/7 = 1:7=0,1429 = 14,29/100$;
- laiendamise teel: $3/20=3/20 \times 5 = 3/20 \times 5/5 = 3 \times 5/20 \times 5 = 15/100$;
- taandamise teel: $24/800 = 12/400 = 6/200 = 3/100$;
- võrde koostamise teel: $1/4 = a/100$; $1:4 = a/100$; $4a = 100$; $a = 25$.

Sellisele selgitusele järgneb ülesanne, kus palutakse õpilasel teisendada antud murrud võrde koostamise teel sajandikeks. Õigesti teisendamise korral saab õpilane selgituse, et praktikas kasutatakse tihti võrdlemisel andmeid 100 kohta. Näiteks : sõiduauto kulutab bensiini 9 liitrit 100 km kohta. Samas antakse ka uus ülesanne : Sõiduauto kulutab 375 km läbimiseks 27 liitrit bensiini. Kui suur on bensiinikulu 100 km kohta? Läbides ülesandeid jõuab õpilane järk-järgult teadmiseni, et kahte arvude suhet võrreldakse võrde või võrratuse moodustamise teel. Murde saame võrrelda ainult siis, kui nende nimetajad on võrdsed või kui nad on väljendatud suhtena teatava kindla arvu abil. Näiteks: Põllumajanduslikul kooperatiivil on 360 tsentneri suurusest viljamüügi kohustusest täidetud 102 tsentnerit. 100 tsentneri kohta on ta täitnud 28,3 tsentnerit arvestatult ($102/369 = 28,3/100 = 28,3$ sajandikku = 28, 3). Sel puhul ütleme, et kohustusest on täidetud 28, 3 % (protsenti). Edaspidi ütleme “100-st” või “sajandikku” asemel alati “protsenti”. Nii on jõutudki mõisteni “protsent”. Edasi tuleb õpilasel esitada kooperatiivi plaani täitmine esimeses kvartalis protsentidena, kui on antud kogu plaan ja täitmine esimeses kvartalis. Näiteks: Aastaplaan oli 240 tsentnerit, täitmine aga esimeses kvartalis 53 tsentnerit. Mitu protsenti täitis kooperatiiv esimeses kvartalis? Kui õpilane on jõudnud õige vastuseni (22, 1%), siis minnakse edasi protsendi leidmise juurde, kui on teada andmed 100 kohta. Näiteks: Mitmel protsendil elanikest oli olemas 1965. aastal mootorratas, kui on teada, et mootorratas oli 3,7 inimesel 100 inimese kohta? Leidnud õige vastuse (3,7%) võib õpilane asuda järgmise ülesande juurde: Mitu protsenti ujumiskursusest osavõtjatest õppis ujumise selgeks, kui on teada, et 50-st osavõtjast õppis ujumise selgeks 37 inimest? Vale lahenduse korral saab õpilane näpunäite: (ujuda oskajad):(osavõtjate arv) = 37:50. $37/50 = a \times 1/100 = a \times 1\% = a\%$. $37:50 = a:100$ (võrre); $a = 74$. Seega

74% osavõtjatest õppis ujumise selgeks (s.t. 74 osavõtjat 100-st). Üldiselt aga kehtib:
 $a/100 = a \times 1/100 = a \times 1\% = a\%$.

Nii analoogiliselt edasi minnes läbib õpilane iseseisvalt kõik kolm põhiülesannet protsentidele ning õpilasele järgneb alles nüüd kohustus töötada iseseisvalt läbi õpiku peatükk “Protsendi mõiste”.

Eelpool kirjeldatud õppevihiku näol on tegemist kogumikuga, mis rakendab nn programmõpet. Käesoleva kogumiku põhjal on võimalik igal õpetajal ka ise mõningate teemade kohta taolisi õppeprogramme koostada. Kui 1964. aastal ei osatud veel unistadagi arvutiklassidest, kus taolise hargprogrammi alusel koostatud õpiprogrammi abil matemaatikat õpetada, siis nüüd on arvutid koolides olemas ja seega loodud ka ideaalne võimalus taolise õpiprogrammi loomiseks ning kasutamiseks.

Protsendi mõisteni hakatakse liikuma järk-järgult alustades arvuliste andmete võrdlemisest, kasutades võrdlemiseks suhtarvuna arvu 100 (arvul 100 on ju oluline koht ka protsentarvutuses) ning jõudes lõpuks protsentülesanneteni. Esimesena käsitletakse seejuures protsentülesande tüüpi: mitu protsenti moodustab üks arv teisest (kahe arvu suhte väljendamine protsentides). Seejärel minnakse ülejäänud kahe tüüpülesande juurde. Kasutatakse ka mõiste “võrre” tundmist. Eesti koolis ei ole see mõiste 6. klassi õpilasele veel tuttav, seega ei saa II kooliastmes võrdemeetodit kasutada, küll aga tuleks eeskuju võtta sellest, et õpilasele on jäetud mõiste “protsent” omandamine iseseisvaks tööks, püstitatud on mitmeid probleemülesandeid ning antud ette valikvastused koos kommentaaride ja näpunäidetega. Taoline õppimisviis arendab õpilases iseseisvust ja eneseusku ning seeläbi tekitab ka huvi teema vastu.

V. Bradis “Matemaatika õpetamise metoodika keskkoolis”, Tallinn, 1957

Vladimir Bradis (Bradis, 1957) nendib, et murrud nimetajaga 100 on leidnud praktilises elus kõige sagedamini rakendamist ja levinud kaugelt enam kui murrud teiste nimetajatega: kümnendikud on liiga suured (kasutades ainult kümnendikke ei ole võimalik märkida mitmeid olulisi peensusi) tuhandikud on aga liiga väikesed, nende kasutamine juhib tähelepanu kõrvale põhiliselt, teeb selle vähem selgeks. On

loomulik, et sajandikud kui eriti sageli kasutatavad osad said erinimetuse – “protsendid” (ladinakeelsest pro centum – “saja eest”) kui ka erilise tähise (%). Niisiis, protsendid ei ole midagi muud kui erilisel viisil kirjutatud sajandikud: 65% on sama, mis 0,65 (ehk 65/100).

“Juba VI klassi matemaatika ainekavas esineb peatükid: ”Protsendi mõiste”. “Ühe või mitme protsendi leidmine arvust, mis on väljendatud tervetes sadades”, samuti “Kolm põhiülesannet protsentidele” (protsentide leidmine antud arvust, arvu leidmine protsentide järgi, kahe arvu suhte väljendamine protsentides). Näib, nagu protsentide tundmaõppimine ei peaks valmistama mingisuguseidki raskusi: murrud on tuntud ja protsendid on murrud nimetajaga 100. Kuid ülesannete lahendamine protsentidele läheb lastel vaevaliselt. Milles siis seisneb asi?” (Bradis, 1957). Vastuseks enda poolt püstitatud küsimusele tsiteerib V. Bradis prof. A. Hintshinit: “Selle asemel, et kohe algusest peale näidata ammendava selgusega, et protsendid kujutavad endast ainult murdude erilist kirjutusviisi ja et sellepärast ei ole ja ei saagi olla mingisuguseid ülesandeid protsentidele, vaid vastupidi, iga murdarvulise andmetega ülesannet saab esitada ja lahendada protsentkujul ja ümberpöörduvalt, -selle äärmiselt selge lähenemisviisi asemel luuakse tihti mingisugune protsentide kultus ja hüpostaseerides neid kuni neile eri ainelise sisu omistamiseni, nende jaoks luuakse eri teooria ja omaette ülesannete kategooria; ühe sõnaga tehakse kõik võimalik, et protsent muutuks õpilase kujutluses uueks, võõraks ja raskeks mõisteks, mis nõuab spetsiaalset lähenemisviisi ja erilisi uurimismeetodeid. Pärast seda aga konstateeritakse, et õpilased omandavad protsenti halvasti” (Bradis, 1957).

Sellest protsentide tundmaõppimisega ühenduses olevate raskuste põhjuste seletusest tuleneb ka näpunäide nende raskuste kõrvaldamiseks: tuleb taotleda protsentide kui arvu sajandike õiget mõistmist ning lahendada kõik ülesanded protsentidele kui ülesanded eri viisil kirjutatud murdudele nimetajaga 100. Prof. Hintshin lahendab kaks põhiülesannet protsentidele: protsentide leidmine arvust kui osa leidmine arvust ja arvu leidmine tema antud osa järgi. Kumbki neist ülesannetest lahendub ühe tehtega, esimene – murru korrutamise, teine – jagamisega. Näib kasulikuna kõrvuti sellega näidata ka võimalus lahendada kumbki neist ülesannetest kahe tehtega, silmas pidades, et alles mõlema lahendusviisi kõrvutamise tõepoolest veenab õpilast selle viisi eelistes, mis võimaldab ülesande lahendada ühe tehtega (ja siiski ei tule see veendumus, nagu juba märgitud, korruga).

Kui täielik arusaam protsendist kui sajandikust on saavutatud, siis , vaadeldes ülesandeid protsentidele kui juba hästi tundmaõpitud ülesandeid murdudele, kõrvaldame need raskused, mis tavaliselt esinevad ülesannete lahendamisel protsentidele.

Kolmas põhiülesanne protsentidele - kahe antud arvu suhte väljendamine protsentides – ei paku midagi oluliselt uut õpilastele, kes on kindlasti omandanud teadmise, et ülesannet, missuguse osa arvust a moodustab teine arv b, lahendatakse jagades arvu b arvuga a.

Näide 1.

Leida 18% arvust 245.

Esimene (kahe tehtega) lahendusviis:

Jagades 245 arvuga 100, saame 1% antud arvust, s.o. üks sajandik, ja siis 18%, korrutades 2,45 arvuga 18, saades nii 44,10 ehk 44,1.

Teine (ühe tehtega) lahendusviis:

245 korrutatakse 0,18 (ehk 18/100) ja saadakse tulemuseks 44,1.

Näide 2.

Leida arv, teades , et 18% temast moodustab 14,4.

Esineme (kahe tehetega) lahendusviis.

Jagades 14,4 arvuga 18, leitakse 1% temast. Tulemuseks saadakse 0,8. Siis leitakse kogu otsitav arv, mis sisaldab 100%, s.o. 0,8 korrutatakse 100-ga saades tulemuseks 80.

Teine (ühe tehtega) lahendusviis.

Arv 14,4 jagatakse arvuga 0,18 (ehk 18/100) ja tulemuseks saadakse 80.

Näide 3.

Mitu protsenti arvust 75 moodustab arv 15?

15 moodustab $15/75 = 1/5$ arvust 75, s.o. sajandikes väljendatult 0,20 ehk 20%.

Edukaks ülesannete lahendamiseks protsentidele on esmajärgulise tähtsusega see, et õpilane mõistaks vajadust igal konkreetsel juhtumil kindlaks teha, mis on võetud ühikuks (tervikuks, 100%-ks). Kui protsendi kui sajandiku mõiste on kindlalt omandatud ja lihtsamaid ülesandeid ollakse harjunud teadlikult lahendama, siis ka keerulisemate ülesannete lahendamine ei tekita õpilastes enam raskusi.

Ebaõige suhtumine protsentidesse, soov näha protsentides mitte lihtsalt sajandikke, vaid midagi muud, on küllaltki levinud. “Nagu 1% ei ole midagi muud, kui 0,01 ehk 1/100 teises tähistuses, samuti ei ole ka need ülesanded protsentidele,

millest kõneldakse programmides ja ülesannete kogudes, midagi muud kui ülesanded teatavaile erikujulistele murdudele. Õpilased, kes on hästi omandanud tehted harilike murdudega, ei tunne mingeid raskusi ülesannete lahendamisel protsentidega, kui neid ainult ei viida segadusse protsentide kui mingi uue, murdudest printsipiaalselt erineva vaatlemisega” (Bradis, 1957).

Vladimir Bradise “Matemaatika õpetamise metoodika keskkoolis” (Bradis, 1957) rõhutatakse, et protsentarvutus ei erine murdarvuliste andmetega ülesande lahendamisest. Ja seda tuleks ka õpilastele selgitada. Kõik protsentarvutusülesanded tuleks lahendada kui ülesandeid murdudele nimetajaga 100 ehk sajandikele. Siit võib aga kerkida oht, et õpilasele jääb mõiste “protsent” sisuline külg arusaamatuks ning õpilane samastab protsendi ühe sajandikuga. Tuleks siiski rõhutada, et protsent ei ole üks sajandik, vaid üks sajandik osa mingist tervikust. Metoodika ei käsitle näitlikustamist ega illustreerivaid selgitusi. See aga raskendab õpilasel mõiste “protsent” sisulist mõistmist ning protsentarvutuse omandamist.

J. Tšekmarjov, V. Snigirjov “Aritmeetika õpetamise metoodika”, Tallinn, 1952

J. Tšekmarjov, V. Snigirjov (Tšekmarjov, Snigirjov, 1952) soovivad alustada protsentide õppimist mõnede harjutuste kordamisega täisarvu jagamise kohta järguühikuga. Seejärel peetakse tarvilikuks korrata ühe ja mitme murdosa leidmist antud arvust. Edasi minnakse üle sajandiku leidmisele arvust, mis on väljendatud täissadades. Mõiste “protsent” seletusele lähenemisel kasutatakse ülesannet, mida lahendatakse õpetaja juhendamisel:

Tänaval on 200 maja. Sajandik neist on puust. Mitu puumaja on sellel tänaval?

Selle ülesande lahendamiseks palutakse õpilasel joonistada vihikusse ruudukete järgi ruut nii, et selle iga külj oleks 1 dm. Seejärel esitatakse õpilasele küsimusi: Mitu ruuduket võtad ühe külje pikkuseks? Miks? (20 ruuduket, sest 1 dm = 10 cm, ja iga vihiku 2 ruuduket on 1 cm.). Nüüd palutakse õpilasel jaotada saadud ruut joontega ruutsentimeetriteks. Õpilane peab jällegi vastama küsimustele: Mitu ruuduket saame? Miks? (100 ruuduket, sest ruudu pindala saame, kui korrutame pikkuse laiusega.) Kui suure osa ruudust moodustab üks ruuduke? (Ühe sajandiku.)

Mitu maja oli tänaval? (200.) Paiguta need majad oma ruutu. Mitu maja tuleb iga ruudu kohta? (Kaks.) Mitu majakest tuleb viirutada, et näidata, mitu puumaja on sellel tänaval? Miks? (Üks. Sest ülesandes oli öeldud, et puumaju oli üks sajandik, kuid meil moodustab iga ruut ühe sajandiku.) Selle asemel, et ütelda, et puumaju on sel tänaval üks sajandik, öeldakse, et neid on üks protsent ehk lihtsalt protsent. “Tähendab, sõna protsent võib asendada sõnadega üks sajandik” (Tšekmarjov, Snigirjov, 1952).

Õpilasele selgitatakse, et sõna “protsent” tähistatakse erimärgiga - %. Seega:
 $1/100 = 1\%$.

Pärast protsendi mõiste tutvustamist lastakse õpilasel lugeda ja kirjutada protsente, lahendada ülesandeid 1% leidmise kohta täissadadest: Leia 1% 300 – st, 1% 1200-st jne. Seejärel minnakse üle ülesannetele mitme protsendi leidmise kohta, algul samuti täissadades väljendatud arvudest:

Koolis on 700 õpilast, neist 8% on esimestes klassides. Mitu õpilast on esimestes klassides?

Selle ülesande lahendamiseks esitatakse õpilasele täiendavaid küsimusi: Kuidas teisiti ütelda 8%? (Kaheksa sajandikku.) Mitu lahtrit moodustab see ruudus? Viiruta oma vihikus 8%-line osa. Mitu õpilast tuleb selle 8 ruudukese kohta ehk 8% kohta?

Sellise meetodika abil püütakse juhtida õpilast arusaamisele, et algul tuleb leida, mitu inimest tuleb ühe ruudukese kohta, s.o. 1% kohta ja pärast 8 ruudukese ehk 8% kohta.

Lahendus kirjutatakse üles:

$$1\% \ 700 - \text{st} = 700 : 100 = 7 \ (\text{õpilast})$$

$$8\% \ 700 - \text{st} = 7 \times 8 = 56 \ (\text{õpilast})$$

Kui õpilased on omandanud täissadades väljendatud arvudest protsentide leidmise, minnakse üle raskematele ülesannetele:

Leia 5% 8200 – st või 72% 700 – st.

Järgmiseks etapiks on oskuse omandamine protsentide väljendamiseks harilike murdudena:

$$50\% = \frac{1}{2}; \ 10\% = \frac{1}{10} \ \text{jne.}$$

Nende võrduste selgitamine toimub samuti 100 ruudukese abil. Õpilastel palutakse viirutada 50, 10, 25, 75 ja 20 ruudukest (protsenti). Nii veendub õpilane selles, et $50\% = \frac{1}{2}$, $20\% = \frac{1}{5}$ jne. Samuti selles, et protsente on tihti lihtne leida peast: kui meeles pidada, et $25\% = \frac{1}{4}$, $50\% = \frac{1}{2}$, $75\% = \frac{3}{4}$ jne.

“Õpilasele tuleb õpetada, et $100\% = 1$, et 100% mistahes arvust moodustab selle sama arvu. Esimesteks protsentülesanneteks tuleb võtta ülesanded, mille andmed on võetud koolielust” (Tšekmarjov, Snigirjov, 1952).

J. Tšekmarjovi ja V. Snigirjovi metoodikas väärrib tähelepanu asjaolu, et õpilasele ei anta definitsiooni ega valmis selgitusi kohe, vaid püütakse õpilast, läbi probleemülesannete ning suunavate küsimuste, oluliste järeldusteni juhtida.

Protsendi mõisteni jõudmisel kasutatakse aga sajandiku leidmist arvust 200 (mitte 100) ning ruudetsimeetreid. Õpilasele saab mõiste “protsent” aga selgemaks, kui kasutada esmalt sajandiku leidmist arvust 100.

Nii lihtsamate protsentülesannete lahendamisel kui ka protsentarvu ning hariliku murru vaheliste seoste selgitamiseks kasutatakse näitlikustamist 10×10 ruudustikuga. Selline metoodika aitab õpilasele selgemini avada mõiste “protsent” sisu.

Protsentarvutust nõudvaid ülesandeid soovitatakse lahendada ühe protsendi kaudu.

Rick Billstein, Shlomo Libeskind, Johny W. Lott “Mathematics for Elementary School Teachers”, Redwood City, 1990

Rick Billstein jt. (Billstein, Libeskind, Lott, 1990) soovivad kasutada protsendi tundmaõppimisel illustreeriva näitena 10×10 ruudustikku. Näiteks: Toodud on 10×10 ruudustik, millest on värvitud 30 ruudukest. Tõstatatakse küsimus: Mitu protsenti ruudustikust on värvitud? Et 30 ruudukest 100-st ehk $30/100$ osa on värvitud, saamegi, et värvitud on 30% ruudustikust. Me võime iga arvu teisendada protsentarvuks kirjutades selle arvu murruna, mille lugeja on teisendatav arv ja nimetaja on 100.

Kui õpilane vastas kümnest küsimusest õigesti neljale ning eksis kuuele küsimusele vastamisel, siis mitu protsenti oli õpilase vastuses õigeid? Arutleme nii: Õigeid vastuseid oli neli kümnest, seega $4/10$. Et $4/10 = 40/100$, siis võib öelda, et õigeid vastuseid oli 40%.

Saame anda alljärgneva definitsiooni: Protsent on üks sajandik. Protsendi tähis on %.

Definitsiooni põhjal võime kirjutada, et $n\% = n/100$, millest omakorda tuleneb, et $n = 100 \times n\%$. Kasutades seda võrdust, võime teisendada iga arvu protsentarvuks, korrutades seda arvu 100-ga. Näiteks:

$$0,0002 = 100 \times 0,0002\% = 0,02\%;$$

$$\frac{3}{4} = 100 \times \frac{3}{4}\% = 300/4\% = 75\%;$$

$$1 = 100 \times 1\% = 100\%;$$

$$1,2 = 100 \times 1,2\% = 120\%;$$

$$0,03 = 100 \times 0,03\% = 3\%.$$

Samuti saab numbrit teisendada protsentarvuks võrde abil. Näiteks, kui soovime teisendada $\frac{3}{5}$ protsentarvuks, toimime alljärgnevalt:

$$\frac{3}{5} = n/100. \text{ Siit tuleneb, et } n = \frac{3}{5} \times 100 = 60. \text{ Seega vastab } \frac{3}{5} \text{ osa } 60\% \text{-le.}$$

Tihti on tarvis esitada protsentarv kümnendmurru kujul. Siis esitatakse protsentarv esmalt hariliku murru kujul ja seejärel teisendatakse saadud harilik murd kümnendmurruks. Näiteks:

$$5\% = 5/100 = 0,05;$$

$$250\% = 250/100 = 2,50;$$

$$63\% = 63/100 = 0,63.$$

Ka selle meetodika autorid soovivad käsitleda kolme põhiülesannet protsentidele: protsendi leidmine arvust; arvu leidmine protsendi järgi; suhte väljendamine protsentides (mitu protsenti moodustab üks arv teisest).

Näited:

1. Õpilane vastas 80 küsimusest õigesti 45-le küsimusele. Mitu protsenti oli õigeid vastuseid? Arutleme nii: Õigeid vastuseid oli $45/80$ osa. Kuidas väljendada murdu $45/80$ protsentides? $45/80 = 100 \times 45/80\% = 4500/100 = 56,25\%$. Seega, õigeid vastuseid oli 56,25%.
2. Paxsoni kooli 42% õpilase vanemad töötavad Paloma Ülikoolis, ülejäänud aga mujal. Kui on teada, et Paloma Ülikoolis töötavad 168 õpilase vanemad, siis mitu õpilast õpib Paxsoni koolis? Arutleme nii: Peame leidma arvu, millest 42% on 168.

$$42\% \text{ arvust } n \text{ on } 168:$$

$$42\% = 168$$

$$42/100 \times n = 168$$

$$0,42 \times n = 168$$

$$n = 168 : 0,42 = 400$$

Seega, Paxsoni koolis õpib 400 õpilast.

Sama ülesannet oleks võinud lahendada ka nii:

42% arvust n on 168

1% arvust n on siis 168/42

100% arvust n on $100 \times 168/42 = 400$.

Rick Billstein jt. defineerivad mõiste “protsent” kui ühe sajandiku, kuid kasutavad seejuures illustratsioone rõhutamaks, et tegu on suhtarvuga. Illustratsioone, eriti 10x10 ruudustikku tuleks, protsendi tundmaõppimisel, enam kasutada ka Eestis kasutatavas metoodikas ning käesoleva magistritöö jätkuna kavandatavas õpiprogrammis “Protsent”.

Enne definitsiooni toomist antakse õpilasele probleemülesandeid, tuues ära ka arutlused lahenduseni jõudmiseks. Sel viisil pannakse õpilane kaasa mõtlema ning jõudma mõistenii “protsent” läbi õpilase enda loogilise arutluse. Nii, iseseisvalt arutledes ja õpikuga kaasa mõeldes, tuletab õpilane protsendi definitsiooni justkui ise. Tulemuseks on see, et mõiste “protsent” ei tekita enam võõristust millegi uue ees ning mõiste sisuline külg on arusaadavam. Taolist metoodikat tuleks eelistada metoodikale, mis esmalt uue mõiste defineerib ja alles siis selgituste juurde asub.

Tavatu ja metoodilisest aspektist lähtudes ilmselt ebaõige tundub vaid see, et uus mõiste “protsent” ja selle tähis (%) tuuakse õpikus sisse veel enne mõiste defineerimist ja protsendi tähise tutvustamist.

Donald E. Devine, Judith Olson, Melfried Olson “Elementary mathematics for teachers”, Ottawa, 1991

Donald E. Devine, Judith Olson, Melfried Olson (Devine jt., 1991) defineerivad protsendi kui ühe sajandiku. Seega, 30 protsenti on 30/100. Kehtivad võrdused $30\% = 30/100$ ja $30/100 = 0,30$. Seega $30\% = 30/100 = 0,30$. Samuti:

$42\% = 42/100 = 0,42$;

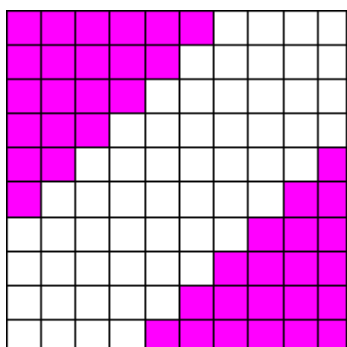
$6\% = 6/100 = 0,06$;

$120\% = 120/100 = 120\%$

$100\% = 100/100 = 1\%$.

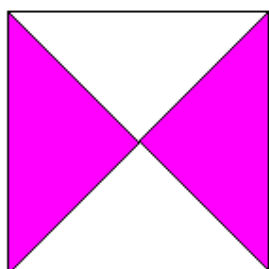
Protsendi tutvustamist soovitatakse illustreerida 10 x 10 ruudustikega ja erinevate korrapäraste kujunditega.

Näide 1.



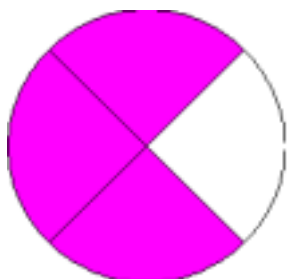
Mitu ruudukest on värvitud? Mitu protsenti ruuduketest on värvitud? Mitu ruudukest on värvimata? Mitu protsenti ruuduketest on värvimata?

Näide 2.



Mitu protsenti ruudust on värvitud? Mitu protsenti ruudust on värvimata?

Näide 3.



Mitu protsenti ringist on värvitud? Mitu protsenti ringist on värvimata?

Õpilastel tuleks lasta kirjutada protsentarve nii hariliku murru kui kümnendmurru kujul ja ümberpöörduvalt. Õpilane peaks oskama ka protsentarve võrrelda. Näiteks:

Kirjuta punktiirile õige märk (>, <, =).

$$18\% \dots\dots 81\%$$

$$7/100 \dots\dots 9\%$$

$$100\% \dots\dots 100/100$$

$$71\% \dots\dots 0,71$$

$$10\% \dots\dots\dots 1\%$$

Autorid soovivad õpilastel meelde jätta, osa/terve = osa/terve, kusjuures üks nimetajatest nendes murdudes on 100. Niisiis osa/terve = osa/100. Kui tähistame osa A-ga ja terve B-ga, siis $A/B = p/100$, kus p on protsentarv. Kuidas leida protsenti arvust? Näiteks: Leia 75% 48-st. Toimime nii:

$$75/100 = n/48 \text{ (n on otsitav arv)}$$

$$100n = 3600$$

$$n = 36$$

75% 48-st on 36.

Seega, 75% 48-st on 36.

Eelneva ülesande lahendamiseks on ka teine võimalus:

$$75\% = 75/100 = \frac{3}{4}$$

$$\frac{4}{4} = \frac{n}{48}$$

$$4n = 3 \times 48$$

$$n = 36.$$

Kuidas leida, mitu protsenti moodustab üks arv teisest? Näiteks: Leia mitu protsenti moodustab 15 arvust 75. Toimime nii: peame teada saada milline protsent vastab murrule 15/75:

$$15/75 = n/100 \text{ (n on otsitav protsentarv)}$$

$$75n = 1500$$

$$n = 20$$

Seega arv 15 moodustab 75-st 20%.

Kuidas leida arvu tema protsendi järgi? Näiteks: Leia arv, millest 20% on 25.

Toimime nii:

$$20/100 = 25/n \text{ (n on otsitav terve)}$$

$$20n = 2500$$

$$n = 125.$$

Seega, 25 on 20% arvust 125.

Donald E. Devine, Judith Olson ja Melfried Olson (Devine, D. E., Olson, J., Olson, M., 1991) defineerivad protsendi kui ühe sajandiku, kuid kasutavad mõiste "protsent" sisuliseks selgitamiseks illustreerimist nii 10x10 ruudustiku kui ka erinevate korrapäraste, osadeks jaotatud, kujundite abil. Siinkohal tulekski eeskuju võtta just näitlikustamisest läbi erinevate illustratsioonide.

Uudse momendina peetakse oluliseks ka protsentarvude võrdlemist, sealhulgas protsentarvu võrdlemist nii hariliku murru kui kümnendmurruga. See võimaldab õpilasel selgemini mõtestada protsentarvu olemust ja mõista protsentarvu, hariliku murru ja kümnendmuru omavahelisi seoseid.

Järeldused kirjeldatud metoodikatest

Nii Eesti kui ka välismaa autorite-metoodikute soovitustes leiab aset protsendi kahesugune defineerimine. Protsenti defineeritakse kui ühte sajandikku osa mingist tervikust, arvust või konstateeritakse, et protsent on 1/100 ehk 0,01 ja mõiste "protsent" on murru 1/100 eriline nimetus. Kolme protsentarvutuse põhiülesande lahendamiseks pakutakse nii ühiku kui reeglimeetodit, ja ka võrde abil lahendamist. Välisautorite soovitustes torkab silma aga enam rõhutada protsentarvutuse elulähedust, tuua hulgaliselt näiteid koos ülesandepüstituste ning nende lahendustega protsendi kasutusvõimalustest igapäevaelus. Tihti on pandud õpilane ise- vastates suunavatele küsimustele- probleemülesandeid lahendama ning jõudma iseseisvalt teoreetiliste järeldusteni. Suur rõhk on näitlikustamisel ja visuaalse mälu ärakasutamisel. Eesti metoodikud seevastu panevad pearõhu pikkadele teoreetilistele selgitustele ja ülesannete tüüpide ning tüüplahenduste äratundmisele.

1.3. Protsentide arvutuse käsitlemine meil ja mujal kasutusel olevates kooliõpikutes

Alljärgnevas vaatame eelkirjeldatud meetodiliste ideede konkreetseid realiseerimisi erinevates kooliõpikutes. Analüüsitud on nii mõiste esitust kui pakutavat harjutusvara.

Aksel Telgmaa, Enn Nurk “Matemaatika 6. klassile” I osa, Tallinn, 2002

Aksel Telgmaa ja Enn Nurk (Telgmaa, Nurk, 2002) tuginevad mõistet “protsent” tutvustades juba varem õpitud mõistetele “üks kahendik”, “üks neljandik”, “kolm neljandikku”. Õpilased teavad juba, et “üks kahendik” kannab nimetust “pool”, “üks neljandik” nimetust “veerand” ja “kolm neljandikku” nimetust “kolmveerand”. Samamoodi on antud ka nimetus “ühele sajandikule” – “protsent” (ladina keelest pro centum – saja kohta, saja pealt). Nii defineeritaksegi, et 1 protsent on 1 sajandik. Protsendi tähis on % ja seega võime kirjutada, et $1\% = 1/100 = 0,01$ ja $100\% = 100/100 = 1$. Samuti: $25\% = 2/100 = 0,02$; $200\% = 200/100 = 2$ jne. Nii näeme, et protsendimärk tähendab selle märgi ees oleva arvu jagamist 100-ga. Sel moel on võimalik iga protsentide kujul kirjutatud arvu avaldada hariliku murru või kümnendmurru kujul. Edasi antakse õpilasele ülesanne, kus tuleb põhjendada, et järgnevad võrdused on tõesed: $10\% = 1/10 = 0,1$; $25\% = 1/4 = 0,25$; $50\% = 1/2 = 0,5$; $75\% = 3/4 = 0,75$; $100\% = 1$. Samas palutakse õpilasel need võrdused ka meelde jätta. Edasi selgitatakse õpilasele, kuidas kümnendmurdu ja naturaalarvu avaldada protsentides. Selleks on vaja kümnendmurd või naturaalarv korrutada 100-ga ja lisada saadud arvu lõppu protsendimärk. Hariliku murru avaldamiseks teisendatakse see esmalt kümnendmurruks ja seejärel avaldatakse protsendina.

Protsendi leidmisel arvust tuleb tuletada õpilasele meelde, kuidas leida osa arvust, kui osamäär on antud hariliku murruna. Näiteks: Kui tahame 48 õuna jagada poiste ja tüdrukute vahel selliselt, et poisid saaksid $3/8$ õuntest, siis mitu õuna see teeb? 48 õuna moodustab siis ühe terviku. Sellest on vaja eraldada osa, mida väljendab murd $3/8$. See murd kannab nimetust “osamäär”. Seega tuleb leida arv, mis vastab osamäärile $3/8$, teades, et tervikule, s.o. $8/8$ -le vastab arv 48. Siit selgub ka edasine

lahenduskäik. Leiame kõigepealt $\frac{1}{8}$ 48-st, see on $48:8 = 6$. Et $\frac{3}{8}$ 48-st on 3 korda suurem kui $\frac{1}{8}$ 48-st, siis järelikult on poistele jagatavate õunte arv $3 \times 6 = 18$. Paljudel juhtudel esitatakse osa leidmisel arvust osamäär aga mitte hariliku murru kujul, nagu eelmises näites, vaid protsentides. Näiteks, kui 2800 m^2 suurusest maatükist kuulub mulle 15%, siis kui suur on minu maatükk? Selles ülesandes tuleb leida 15% 2800-st. See tähendab, et 100% -le vastab tervikuna 2800 m^2 ja on tarvis leida, mitu ruutmeetrit vastab 15%-le. Selle arvu (osamäära, mis on antud protsentides) võime aga esitada nii hariliku murru kui ka kümnendmurru kujul: $15\% = 15/100 = 0,15$. Seega võime öelda, et meil on tarvis leida $15/100$ 2800-st. Selle ülesande lahendamiseks on kaks võimalust:

- 1) ühe protsendi kaudu: $100\% \rightarrow 2800 \text{ m}^2$; $1\% \rightarrow 2800:100 = 28 \text{ m}^2$; $15\% \rightarrow 15 \times 28 = 420 \text{ m}^2$
- 2) osamääraga korrutamise kaudu: kas $15/100 \times 2800 = 420 \text{ m}^2$ või $0,15 \times 2800 = 420 \text{ m}^2$.

Minu maatüki pindala on seega 420 m^2 .

Ka arvu leidmisel antud protsentide järgi toetutakse osamäära leidmisele. Tuletatakse õpilasele meelde, kuidas leida arvu tema osamäära järgi, kui osamäär on antud hariliku murru kujul. Näiteks, kui tahan teada, kui suur on kogu maa, kui mulle kuulub sellest 140 m^2 ja tean, et minule kuuluv maa moodustab 5% kogu maatükist, siis arutlen nii: 5%-le vastab 140 m^2 maad. On tarvis teada, mitu ruutmeetrit vastab tervikuna 100%-le. Seega tuleb leida arv tema osamäära järgi, kus osamäär on antud protsentides. 5% võib kirjutada nii murruna kui kümnendmurruna: $5\% = 5/100 = 0,05$. Sõnastame ülesande teisiti: leida arv, millest $5/100$ on 140. Seda ülesannet oskab õpilane juba lahendada. ($140:5/100 = 2800 \text{ m}^2$). Õpilasele tutvustatakse aga ka teist lahendusviisi (ühe protsendi kaudu): $5\% \rightarrow 140 \text{ m}^2$; $1\% \rightarrow 140:5 = 28 \text{ m}^2$; $100\% \rightarrow 100 \times 28 = 2800 \text{ m}^2$.

Jagatise väljendamine protsentides näitab, mitu protsenti moodustab jagatav jagajast. Näiteks: $12/5 = 2,4 = 2,4 \times 100\% = 240\%$, seega võime öelda, et 12 moodustab 5-st 240%.

Õpilastele antakse juhiseid selleks, et leida, mitu protsenti moodustab üks arv teisest, tuleb jagada esimene arv teisega ja väljendada saadud jagatis protsentides. Näiteks, kui tahame teada, mitu protsenti õpilastest said kontrolltöö hindeks "viie", kui 25 õpilasest sai "viie" 6 õpilast. Selleks tuleb leida, mitu protsenti moodustab arv 6

arvust 25. Selleks tuleb aga jagatis $6/25$ väljendada protsentides. Saame $6/25 = 0,24 = 24\%$. Seega sai 24 % õpilastest hinde “viis”. Seda ülesannet saab aga ka lahendada nn ühe ühiku kaudu: 25 õpilast $\rightarrow 100\%$; 1 õpilane $\rightarrow 100\% : 25 = 4\%$; 6 õpilast $\rightarrow 6 \times 4\% = 24\%$.

Sageli võrreldakse suurusi protsentide abil. Näiteks on tarvis võrrelda lihahinda turul ja kaupluses. Turul on liha hind 48 krooni kilogramm, poes aga 54 krooni kilogramm. Tahame teada, mitu protsenti on kauplusehind turu omast kallim. Ka siin on kaks lahendusvõimalust: 1) leiame, mitu krooni on kauplusehind kõrgem taluhinnast. See on $54 - 48 = 6$ krooni. Edasi leiame, mitu protsenti moodustab see vahe *võrdluse alusest* (ülesandes tuli kauplusehinda võrrelda turuhinnaga, seega on turuhind *võrdluse alus*): $6/48 = 0,125 = 12,5\%$. Seega on kauplusehind turu omast 12,5% kõrgem.

Edasi leiame, mitu protsenti moodustab kauplusehind turuhinnast – *võrdluse alusest*: $54/48 = 1,125 = 112,5\%$. Et võrdluse aluseks oleval hinnale vastab 100%, siis on kauplusehind sellest $112,5\% - 100\% = 12,5\%$ kõrgem.

Eelpool kirjeldatud õpik toetub A. Telgmaa ja K. Ariva metoodikale, mida kirjeldasime käesoleva peatüki alalõigus 1.2. Õpikus puudub pea täielikult teemat “protsent” illustreeriv osa. Ei ole ainsatki selgitust, näite- ega harjutusülesannet, kus kasutataks 10 x 10 ruudustikku või korrapäraseid kujundeid. Puuduvad ka pildid, kust õpilane võiks 100 erinevat värvi kujundi seast määrata ühel viisil värvitud kujundite osa. Mingilgi viisil ei ole näitlikustatud ka mõistete “terve” “pool”, “veerand”, “kolmveerand”, “viiendik”, “kümnendik” jne tundmaõppimist. Õpikus on vähe elulisi protsentarvutust nõudvaid ülesandeid, küll aga on eraldi peatükk mõistete “laen” ja “intress” käsitlemiseks koos näidetega laenuintressi arvutamisest.

Kalju Kaasik, Nijole Cibulskaitte, Maryte Strickiene “Matemaatika 6. klassile”, Tallinn, 2002

Kalju Kaasik, Nijole Cibulskaitte ja Maryte Strickiene (Kaasik jt., 2002) alustavad mõistega “protsent” tutvustamist selgitusega, et kasutatavas arvude kümnendsüsteemis iga 10, 100, 1000, ... madalama järgu ühikut moodustavad ühe kõrgema järgu ühiku. Seetõttu on mistahes ühikut kerge jagada 10, 100,

1000,...võrdseks osaks. Sama omadus on mõõtühikutel, kuna meetermõõdustik on samuti kümnendsüsteemis. Suurusi, mis väljendavad pikkust, laiust, ruumala, massi jne, tuleb sageli jagada võrdseteks osadeks, näiteks kümnendikeks. Mitmes valdkonnas, näiteks, kui on tegemist rahaga, on vaja kasutada sajandikke. Protsendi mõiste defineeritakse järgmiselt: Ühte sajandikku ($1/100$) osa tervikust nimetatakse protsendiks. $1/100$ osa = 0,01 osa = 1%; $100/100$ osa = 1 tervik = 100 %. Protsendi tähiseks on %. Samas, kui $1\% = 1/100 = 0,01$, siis $2\% = 2/100 = 0,02$; $12\% = 12/100 = 0,12$ jne.

Edasi tuuakse sisse protsentide ja murdude omavaheline seos-protsente saab esitada hariliku murru kujul. Õpilasele antaks seejuures ülesanne: Taisi ja Ele mängisid vahetunni ajal rahvusvahelist kabet, milles on 100 ruutu (mängu alguses on kummalgi mängijal 20 kabenuppu). Kui kell helises tundi, siis oli valgete kabenuppude all 145 mänguväljakust ning mustade kabenuppude all $3/25$ mänguväljakust. Kui suur osa mänguväljakust oli valgete kabenuppude all? Mitu protsenti mänguväljakust oli mustade kabenuppude all? Mitu kabenuppu oli kummalgi tüdrukul? Esimese küsimuse lahenduseks tuleks esitada protsendid hariliku murruna: $14\% = 14/100$. Teisele küsimusele vastamiseks teisendatakse harilik murd kümnendmurruks ja seejärel protsentideks: $3/25 = 3 \times 4/24 \times 4 = 12/100 = 12\%$. Kolmandale küsimusele vastamiseks tuleks arutleda nii: kabelaual on 100 ruutu, seega ühel tüdrukul oli 14 kabenuppu ($14/100$ 100-st ruudust), teisel tüdrukul aga 12 kabenuppu ($12/100$ 100-st ruudust).

Protsendi leidmisel arvust juhitakse õpilase tähelepanu sellele, et see ei erine oluliselt osa leidmisest arvust. Näiteks, kui on tarvis leida 5% 20 meetrist, siis võime seda teha kahel viisil:

1) 1 osa kaudu:

a) selleks, et leida 5% 20 meetrist, leiame esmalt 1%, seega $1/100$, mis on 20 meetrist (tervikust) 100 korda väiksem: $20\text{m}:100 = 0,2\text{m}$.

b) 5% 20 meetrist on 5 korda suurem kui 1% 20 meetrist, seega 5% on : $5 \times 0,2 \text{ m} = 1\text{m}$.

2) Osa osamääraga korrutamise teel, milleks on omakorda kaks võimalust:

a) teisendame protsentides antud osamäärat harilikuks murruks ja korrutame antud arvu osamääraga: $5\% = 5/100$; $5/100 \times 20\text{m} = 1\text{m}$.

b) teisendame protsentides antud osamäära kümnendmurruks ja korrutame antud arvu osamääraga: $5\% = 0,05$; $0,05 \times 20\text{m} = 1\text{m}$. Seega 5% 20 meetrist on 1 meeter.

Õpikus on toodud ka põhjalikke näpunäiteid selleks, kuidas protsentülesannet lahendada. Kuidas toimub ülesande sisuga tutvumine, kuidas koostada lahendusplaan, kuidas lahendada ja kuidas analüüsida läbiviidud lahendust (Kas oleks võinud lahendada ka teisiti?). Suur osa protsentarvutust käsitlevast peatükist on pühendatud peastarvutamisele: Mõnesid protsente oleks hea peast arvutada. Vaatame, kuidas on arvutatud 1%, 10%, 25% ja 50% arvust 840:

	1%	10%	25%	50%
Teisendus	$1\% = 1/100$ osa	$10\% = 1/10$ osa	$25\% = 1/4$ osa	$50\% = 1/2$ osa
Arvutus	$840 : 100 = 8,4$	$840 : 10 = 84$	$840 : 4 = 210$	$840 : 2 = 420$

Keerukas ei ole ka arvutada 20%, $33 \frac{1}{3}\%$ 75% jne arvust .

$33 \frac{1}{3} \% = 33 \frac{1}{3} : 100 = 1/3$. Seega $33 \frac{1}{3} \%$ on $1/3$ osa tervikust.

	20 %	33 1/3 %	75 %	150 %
Teisendus	$20 \% = 1/5$ osa	$33 \frac{1}{3} \% = 1/3$ osa	$75 \% = 3/4$ osa	$150 \% =$ $(1 + 1/2)$ osa
Arvutus	$840 : 5 = 168$	$840 : 3 = 280$	$(840 : 4) \times 3 =$ 630	$840 + 840 : 2 =$ 1260

Õpilasel palutakse meelde jätta , et 10% on $1/10$; 20% on $1/5$; 25% on $1/4$; 50% on $1/2$; 75% on $3/4$; 150% on $1 \frac{1}{2}$.

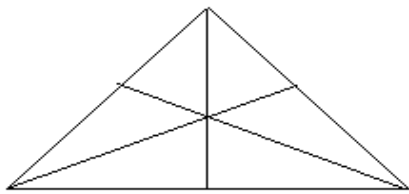
Selgitustes, kuidas leida arvu tema protsentide järgi, rõhutatakse, et otsitav arv on tervik, millest on teada osa suurus ja sellele vastav osamäär on väljendatud protsentides. Näiteks: Poes kulus emal ostudeks 300 krooni, mis on 60 % kaasavõetud rahast. Kui palju oli emal poodi minnes raha kaasas? Ka siin tuuakse kaks võimalikku lahendusvarianti:

- 1) 1% kaudu kahe tehtega: $300 \text{ kr} : 60 = 5 \text{ kr}$; $100 \times 5 \text{ kr} = 500 \text{ kr}$.
- 2) $60\% = 60/100 = 0,6$; $300 \text{ kr} : 0,6 = 500 \text{ kr}$. Seega oli emal poodi minnes 500 krooni kaasas.

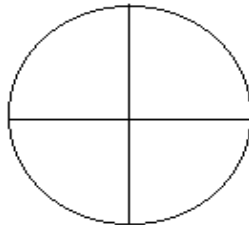
Jagatise väljendamisel protsentides juhitakse tähelepanu sellele, et protsentülesandes esineb tavaliselt kaks arvu, millest üks moodustab terviku, teine arv aga sellest teatud osa. Iga ülesande juures tuleb hooliga jälgida, mis on selleks tervikuks, mille suhtes tuleb protsenti leida: (mida võrdleme) : (millega võrdleme) $\times 100\%$. Ehk kokkuvõtvalt kehtib reegel: Selleks, et teada saada, mitu protsenti moodustab üks arv teisest, jagame esimese arvu teisega ja avaldame tulemuse protsentides.

Ka suurususe muutumise väljendamisel protsentides soovitatakse hoolikalt jälgida, mille suhtes muutust tahetakse arvutada. Kehtib reegel : Muutumine %- des = (kui palju muutus) : (millega võrreldes muutus) $\times 100\%$.

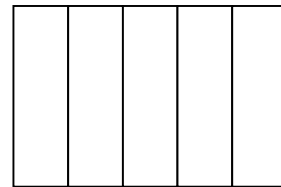
Ülalkirjeldatud õpik toetub käesolevas peatükis alalõigus 1.2 tutvustatud K. Kaasiku ja L. Lepmanni meetodikale. Protsente tutvustavas osas pakub õpik vaid ühe ülesande, kus kasutatakse mõiste “protsent” kinnistamiseks korrapäraseid kujundeid. Õpilasel tuleb joonestada vihikusse etteantud kujundid ning need nõutavalt värvida: Joonesta vihikusse samasugused kujundid ja värvi ettenähtud osa.



50 %



25 %



20 %

Illustreerivaid näiteid protsendi mõiste näitlikustamiseks ei tooda üldse. Vähe on ka elulisi protsentarvutust nõudvaid ülesandeid.

Võrreldes A. Telgmaa ja E. Nurga käsitlusega, tuleb Kaasiku jt. õpiku uudseks ja õpetlikuks osaks lugeda paragrahvi “Protsentülesannete lahendamine”, kus tuuakse detailset tekstülesande lahendusplaani koostamine (ülesande sisuga tutvumine, plaani koostamine, lahendamine, lahenduskäigu analüüsimine, vastuse esitamine). Ka on ülesannetele lisatud joonised, mis näitlikustavad ülesande andmete ja otsitava omavahelist seost.

Enno Pais “Matemaatika 7. klassile, I raamat”, Tallinn, 2002

Enno Pais (Pais, 2002) käsitleb protsentarvutust osas “Protsentide kordamine”. Enno Pais selgitab, et nimetus “protsent” on tuletatud ladinakeelsest *pro centum*, mis tähendab “saja kohta”. Seetõttu on 1 protsent samaväärne murdarvuga $1/100$ või $0,01$. Seega tuleb teostada arvutusi protsentidega nagu arvutusi murdudega. Murdude puhul kehtivad järgmised reeglid:

Murdosa leidmisel arvust korrutatakse see arv murruga.

Esialgse arvu leidmisel murdosa järgi jagatakse antud murdosa murruga.

Samad reeglid kehtivad ka protsentide arvutamisel:

Kui arvutame $p\%$ arvust a , siis korrutame selle arvu murruga $p/100$. S.t. $b = a \times p/100$.

Kus b on otsitav osa a -st.

Kui on antud b , mis moodustab $p\%$ otsitavast arvust a , siis jagame antud arvu $p/100$ -ga ehk korrutame pöördväärtusega $100/p$ s.t. $a = b : p/100 = b \times 100/p$.

Kui tahame antud suurust suurendada või vähendada mingi murdosa võrra, siis arvutame selle murdosa, korrutades antud arvu murruga. Hiljem lisame murdosa antud arvule või lahutame sellest. Täpselt samuti toimub ka mingi protsendi võrra suurendamine. Teame juba, et antud arvust p protsendi leidmiseks tuleb see arv korrutada murruga $p/100$, sest protsent ongi ju sajandik. Suurendades arvu a $p\%$ võrra, saame $a + a \times p/100 = a \times (1 + p/100)$.

Antud suuruse a suurendamisel $p\%$ võrra saame uue suuruse b järgmise valemi järgi:

$$b = a \times (1 + p/100).$$

Antud suuruse vähendamisel $p\%$ võrra kehtib valem:

$$c = a \times (1 - p/100),$$

kus c on vähendatud väärtus.

Põhirõhk on E. Pais'i õpikus pandud reeglite ning lahendusvalemite päheõppimisele. Protsentarvutuse elulähedust rõhutatakse vaid selgitusega, et panganduses nimetatakse hoiuse juurdekasvu intressiks ning intressimäär määratakse protsentides. Illustreerivad näited puuduvad sootuks.

Tõnu Tõnso “Matemaatika 7. klassile”, Tallinn, 2002

Tõnu Tõnso (Tõnso, 2002) vaatleb protsentarvutust oma õpikus kordavas osas peatükis “Protsentarvutuse kordamine”. Protsent defineeritakse järgmiselt: Ühte sajandikku osa mingist kogumist, tervikust või arvust nimetatakse protsendiks. Nii võime öelda, et üks protsent ühest kroonist on 1 sent, 1 protsent ühest meetrist on 1 cm, 1 protsent ühest kilomeetrist on 10 meetrit jne. Tuuakse sisse mõiste “protsentarv” (protsendimärgiga varustatud arv, näiteks 6%).

Protsentarve saab esitada nii harilike- kui ka kümnendmurdudena antud osadena. Selleks tuleb protsentarv jagada sajaga. Näiteks 43,5% on sama, mis $34,5/100 = 345/1000 = 0,345$ osa.

Kui tahame kümnendmurruna antud osa esitada aga protsentarvuna, siis tuleb see murd korrutada saja protsendiga ja tulemuse lõppu kirjutada protsendimärk. Näiteks 0,67 osa on $0,67 \times 100\% = 67\%$. Samas juhatakse õpilase tähelepanu sellele, et kirjutis $0,67 = 67\%$ ei ole lubatav, sest protsentarv on nimega arv (nagu ka 5 cm või 12 kg) ja ei saa võrduda nimeta arvuga 0,67.

Selleks, et esitada harilikku murdu protsentarvuna, teisendatakse harilik murd esmalt kümnendmurruks ja seejärel esitatakse saadud kümnendmurd protsentarvuna.

Õpilase soovitatakse meelde jätta, et 1% on sama, mis 1/100 osa, 10% on sama, mis 1/10 osa jne. Aga ka seda, et 40% on sama, mis 2/5 osa; 60% on sama, mis 3/5 osa; 80% on sama, mis 4/5 osa; 12,5% on sama, mis 1/8 osa; 37,5% on sama, mis 3/8 osa; 62,5% on sama, mis 5/8 osa ja 87,5% on sama, mis 7/8 osa.

Rõhutatakse, et protsent on osa arvust. Täpsemalt on üks protsent üks sajandik arvust. Selleks, et leida 1 protsent arvust, tuleb see arv jagada 100-ga. Selleks, et leida 1/5 arvust, tuleb see arv jagada 5-ga, selleks, et leida 4/5 arvust, tuleb leida 1/5 osa sellest arvust ja tulemus korrutada 4-ga. Selleks, et leida 80% arvust, tuleb esmalt leida 1% sellest arvust ja tulemus korrutada 80-ga. Näiteks, kui tahame teada, mitme krooni võrra jalgratta hinda alandati, kui 5000 krooni maksva ratta hinda alandati 36%, siis arutleme nii: 1% ehk 1/100 osa jalgratta hinnast on $5000 \text{ kr} : 100 = 50 \text{ kr}$. 36% on 1%-st kolmkümmend kuus korda suurem, ehk $36 \times 50 \text{ kr} = 1800 \text{ kr}$. Lühidalt:

100% → 5000 kr;

1% → $5000 : 100 = 50 \text{ kr}$;

36% → $36 \times 50 = 1800 \text{ kr}$.

Seega alandati jalgratta hinda 1800 krooni võrra.

Ka selgitustes, kuidas leida tervikut tema protsentides antud osa järgi, lähtutakse ühest sajandikust osast. Näiteks, kui soovime leida, mitu õpilast õpib koolis, kui on teada, et koolis õpib 156 poissi, mis moodustab 52% kogu õpilaste arvust siis arutleme nii: 52% ehk $52/100$ osa kooli õpilaste arvust on 156 õpilast. Seega on 1% (ehk üks sajandik osa) kooli õpilaste arvust 52 korda väiksem: $156 : 52 = 3$ õpilast. Kooli õpilaste arvu kui terviku leidmiseks korrutame viimase tulemuse 100-ga ja saame: $3 \text{ õpilast} \times 100 = 300$ õpilast. Lühidalt:

52 \rightarrow 156 õpilast;

1% $\rightarrow 156 : 52 = 3$ õpilast;

100% $\rightarrow 3 \times 100 = 300$ õpilast.

Seega õpib koolis 300 õpilast.

Jagatise väljendamiseks protsentides esitame selle jagatise esmalt kümnendmurruna ning korrutame siis 100%-ga.

Näiteks, kui klassis on 35 õpilast ja nendest 14 õpilast said kontrolltöö hindeks "kahe", siis kui mitu protsenti õpilastest sai "kahe"? Arutleme nii: Peame leidma, mitu protsenti moodustab arv 14 arvust 35. Arv 14 moodustab arvust 35 (kui 100 protsendist) $14/35 = 0,4$ osa ehk $0,4 \times 100\% = 40\%$. Seega sai kontrolltöö eest hinde "kaks" 40% õpilastest.

Muutumise väljendamiseks protsentides leiame, kui mitu protsenti moodustab antud arvude vahe esialgselt arvust. Siinjuures juhitakse õpilase tähelepanu sellele, et suurenemise väljendamiseks protsentides leiame, kui mitu protsenti moodustab antud arvude vahe väiksemast arvust ning vähenemise väljendamiseks protsentides leiame, kui mitu protsenti moodustab antud arvude vahe suuremast arvust.

T. Tõnso õpikus, protsentarvutuse kordamist käsitlevas osas, puuduvad illustreerivad näited. Harjutusülesannete seas on aga rohkesti elulisi ülesandeid. Näiteks: Kool ostis laserprinterit ja arvuti ning sai arvutifirmast sellekohase arve. Juhtus aga nii, et tindiprinteriga väljatrukitud arve sai märjaks ja mõned arvud muutusid loetamatuks. Mis arvud olid neile kohtadele kirjutatud?

	Hind ilma käibemaksuta	Käibemaks (18 %)	Hind koos käibemaksuga
Laserprinter	5000.-	900.-	5900.-
Arvuti	?	?	17700.-

Küsitavust tekitab vaid taolise ülesande eakohasus. Kuivõrd paelub 7. klassi õpilast ülesanne, milles tuleb leida käibemaksu? Taolise sisuga ülesanne sobiks ehk paremini III kooliastme lõpuklasside ja IV kooliastme õpilasele.

Nii nagu E. Paisi õpikus, on ka siin märgitud, et panganduses nimetatakse hoiuse juurdekasvu intressiks ja intressimäär määratakse protsentides, kuid lisatakse juurde, et aastaintressi 12-ga jagades saab arvutada kuuintressi, seda omakorda 30-ga jagades saab arvutada päevaintressi.

Robert E. Eicholz, Phares G. O’Daffer, Randall I. Charles “ Mathematics, Grade 6”, Detroit, 1991

Robert E. Eicholz jt. (Eicholz, O’Daffer, Charles, 1991) alustavad protsendi mõiste tutvustamist ülesandepüstitusega, kusjuures õpilased on ülesande lahendamiseks jagatud eelnevalt gruppidesse: Piira joonega rudulisel paberil 10 x 10 ruudu suurune ala. Kasuta kolme värvi – punast, sinist ja oranži - selleks, et värvida piiratud ala alljärgnevalt :

- $\frac{1}{2}$ osa piiratud alast punaseks;
- $\frac{3}{10}$ osa piiratud alast siniseks;
- $\frac{1}{5}$ osa piiratud alast oranžiks.

Seejärel tuleb õpilastel vastata küsimustele:

- Mitu ruutu värvisid punaseks?
- Mitu ruutu värvisid siniseks?
- Mitu ruutu värvisid oranžiks?
- Kas värvisid kõik ruudud ära?

Edasi tuuakse sisse protsendi mõiste: protsent on 1/100 osa arvust. Protsendi tähis on %.

Õpilasele tuuakse kohe ära ka tabel, kus on näha protsentarvu seos murdudega:

	suhe	harilik murd	kümnendmurd	protsent
40 osa 100-st	40 : 100	40/100	0,40	40%
35 senti 1 kroonist	35 : 100	35/100	0,35	35%

Tabelile järgneb hulk ülesanded, kus õpilasel tuleb kirjutada suhe, harilik murd, kümnendmurd protsentarvuna ja ümberpöördult. Näiteks:

1. esita protsentarvuna:

- 17 : 100;
- 87/100;
- 3 osa 100-st;
- 1/100;
- 0,78.

2. Esita suhte, hariliku murru, kümnendmurru ja protsendi kujul:

67 osa 100-st;

5 osa 100-st,

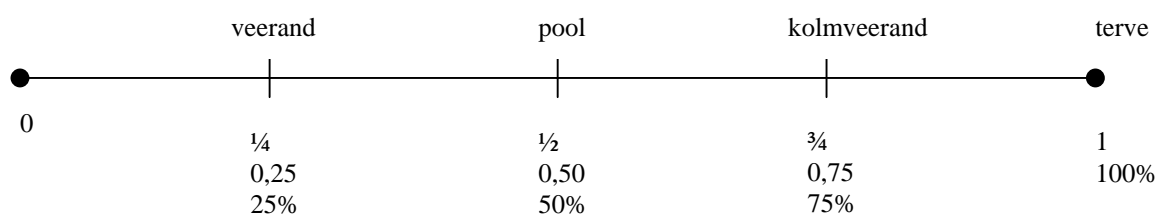
13 senti 1 kroonist.

3. Esita protsentarv hariliku murru kujul

- 61%;
- 44%;
- 17%;
- 2%;
- 100%;
- 56%.

Järgneb rida ülesandeid, kus õpilasel palutakse esitada suhtena, hariliku murruna, kümnendmurruna ja protsentarvuna joonistel (10 x 10 ruudustikud) erinevalt värvitud osi.

Näitlikult tuuakse sisse mõisted pool, veerand, kolmveerand, terve:



Õpilastele antakse lahendamiseks mitmeid erinevaid elulisi ülesandeid, õpilased peavad ülesande põhjal ka ise küsimusi koostama, töötada soovitatakse gruppides.

Näiteks:

- Õhk, mida me hingame, sisaldab mitmeid erinevaid gaase. Kaks peamist gaasi on lämmastik, mida on $\frac{78}{100}$ osa ja hapnik, mida on 21%. Ülejäänud gaasid moodustavad 0,01 osa kogu õhust. Õhu koostisosade sisaldus on antud nii protsentarvuna, hariliku murruna kui ka kümnendmurruna. Millisel kujul tulnuks anda õhu koostisosade sisaldus, nii, et õhu koostis oleks arusaadavam? Miks? Kui kõik andmed oleksid esitatud protsendi kujul, siis mitu protsenti sisaldab õhk hapnikku, mitu protsenti lämmastikku ja mitu protsenti muid gaase?
- Sinu kehakaalust moodustab $\frac{2}{3}$ vesi. Mitu protsenti vett sisaldab sinu keha? Näpunäide: esmalt teisenda $\frac{2}{3}$ kümnendmurruks ja seejärel esita kümnendmurd protsentarvuna. Vasta küsimustele:
Kuidas sa teisendad hariliku murru kümnendmurruks?
Kuidas esitad kümnendmuru protsentarvuks?
Kui harilik murd on suurem kui $\frac{1}{2}$, kas temale vastav protsentarv on siis suurem või väiksem kui 50%?
- Kui kooli 350 õpilasest tuleb kooli 22% õpilastest jalgsi, 13% bussiga ning 65% jalgrattaga, mitu jalgratta paigutamise kohta vajab siis kool?
- 6. klassis õpib 24 õpilast. Maria vaatles diagrammi, millelt oli näha, et $33\frac{1}{3}\%$ tema klassi õpilastest osaleb kunstiringi töös, 50% näiteringi töös, 25% matemaatikaringi töös ja 75% spordiringi töös, ning leidis, et midagi on diagrammil valesti. Ta ütles: “need protsendid annavad kokku rohkem, kui 100; klassis on ju vaid 24 õpilast ja ma tean kahte õpilast, kes ei osale näite- või spordiringis.” Miks Maria arvas, et midagi on valesti? Miks ta arvas, et ringitöös osalejate protsent ei saa olla üle 100? Kuidas oleks võimalik välja arvutada, kui suur on ringide liikmete arv? Milline see arv on? Miks see saab olla üle 24? Kui suur on õpilaste arv, kes osalevad kunstiringi ja matemaatikaringi töös? Kui palju on neid õpilasi, kes osalevad näite- ja spordiringis? Milline on ringitöös osalejate võimalik suurim arv? Milline vähim? Koosta ka ise ülesande põhjal küsimusi ja esita need vastamiseks oma klassikaaslastele.

Suur rõhk on pandud ka protsentide leidmisele peast. Paljud protsentarvud väljenduvad “lihtsate” murdarvudena: $50\% = \frac{1}{2}$; $33\frac{1}{3}\% = \frac{1}{3}$; $25\% = \frac{1}{4}$; $20\% = \frac{1}{5}$;

$12\frac{1}{2}\% = 1/8$; $10\% = 1/10$. Seetõttu on võimalik protsente arvutada ka peast. Näiteks: Liha on suure proteiinisaldusega. Lisaks on lihas ka mineraalaineid ja vitamiine, samuti sisaldab liha rasva. Nii sisaldab hamburgeri kotlet 20% rasva. Mitu grammi rasva on 15 grammis kotletis? Arutele nii: 20% vastab üks harilik murd. Milline see murd on? Kas sa saad leida $1/5$ osa 15-st peast? Kuidas sa seda teed? Millise arvu saad? Sõnasta ülesande küsimusele vastus.

Peatükis "Protsendi leidmisel arvust" antakse õpilasele ülesanne : 1995. aastal oli Ameerika Ühendriikides 0,13 osa kogu elanikkonnast 65 aastased või vanemad. $4/13$ elanikkonnast olid vanuses 18-64 ja 25% elanikkonnast olid nooremad kui 18 aastased.

Kui elanike arv 1995 aastal oli Ameerika Ühendriikides 260 miljonit, siis mitu inimest oli igas vanusegrupis? Arutle nii.

Kui palju on $0,13$ 260-st?

Kuidas sa saad leida $4/13$ 260-st? Milline arv see on?

Kas sa saad esitada 25% hariliku murru või kümnendmurru kujul?

Kui palju on 25% 260-st?

Pärast ülesande lahendamist õpilase poolt sõnastatakse reegel: Selleks et leida protsenti arvust, tuleb protsentarv esitada hariliku murru või kümnendmurru kujul ja korrutada saadud harilik murd või kümnendmurd antud arvuga.

Õpikus on väga mahukas paragrahv koos näiteülesannetega protsentarvustuse rakendamise kohta igapäevaelus. Juttu on maksudest, intressist, kaupade allahindlusest.

Eelpool kirjeldatud õpik kaasab õpilased kohe iseseisvalt arutlema ning raamatuga kaasa mõtlema. Protsendi mõisteni jõutakse õpilasega koos arutledes. Kasutatakse illustratsioone ja näitlikustamist. Nii protsendi defineerimisele suunavad probleemipüstitused kui ka harjutusülesanded on elulised ning seeläbi õpilasele hästi mõistetavad.

**Eugene D. Nichols, Mervine L. Edwards, E. Henry Garland “Holt Algebra 1”,
Florida, 1986**

Eugene D. Nichols, Mervine L. Edwards ja E. Henry Garland (Nichols, Edwards, Garland, 1986) defineerivad protsenti kui üht sajandikku. Protsendi tähis on %.

Näidete varal tuuakse ära ka seos protsentarvu, hariliku murru ja kümnendmurru vahel: $65\% = 65/100$; $4\% = 4/100$; $124\% = 125/100 = 1,25$. Kolm põhiülesannet protsentidele ja nende lahendusvõimalused tuuakse õpilasele skemaatiliselt:

- Leia 135% 185-st.

Olgu n = otsitav arv

135% 185-st on n .

↓ ↓ ↓

$$1,35 \times 185 = n$$

$$249,75 = n$$

Seega 135% 185-st on 249,75.

- Leia arv, millest 60% on 300.

Olgu n = otsitav arv

60% arvust n on 300

↓ ↓ ↓

$$60\% \times n = 300$$

$$0,60n = 300$$

$$100 \times 0,60n = 100 \times 300$$

$$60n = 30,000$$

$$n = 500$$

Seega, 60% 500-st on 300.

- Mitu protsenti moodustab 7 arvust 9?

Olgu n = otsitav protsentarv.

7 on mingi protsentarv 9-st

↓ ↓ ↓

$$7 = n \times 9$$

$$7/9 = n$$

$$0,77 \times 7/9 = n$$

$$77 \div 9 = n$$

Seega, 7 moodustab 9 – st $77 \frac{7}{9} \%$.

Eugene D. Nichols jt. õpik annab küll protsentülesannete lahenduskäigud skemaatiliselt, kuid seejuures jäetakse mõiste “protsent” sisuline külg täiesti selgitamata. Puudub ka näitlikustamine ja illustratiivne külg.

Allan D. Suter “The Meaning of Percent”, Lincolnwood, 2000

Allan D. Suter (Suter, 2000) defineerib mõiste “protsent” kui eriviisilise arvu võrdlemise 100 suhtes. Kohe pärast definitsiooni sissetoomist antakse õpilasele ülesanne, kus tuleb vaadelda 10 x 10 ruudustikku, milles on värvitud 45 ruutu, ja vastata küsimustele: Mitu ruutu on joonisel värvitud? Milline osa sajast on värvitud? Õpilasele öeldakse, et värvitud on 45% ruudustikust ja antakse uus ülesanne:

Värvi 10 x 10 ruudustikust ära 15 ruutu. Milline osa sajast on siis värvitud? Mitu protsenti ruudustikust on värvitud? Seejärel antakse õpilasele täiendav definitsioon: Protsent on osa sajast või sajandik. Järgneb rida ülesandeid, kus õpilane peab vastama, mitu osa sajast on 25%, 1%, 90% jne. Palju ülesandeid on 10 x 10 ruudustiku erineval viisil värvimiseks: värvi 30 osa 10 x 10 ruudustikust. Milline osa sajast on nüüd värvitud, mitu protsenti ruudustikust on värvitud, mitu protsenti ruudustikust on värvimata, mitu protsenti on värvitud ja värvimata ruute kokku?

Omaette paragrahvid koos ülesannetega on pühendatud 100% ehk 1 (terve), 50% ehk $\frac{1}{2}$ (pool), 25% ehk $\frac{1}{4}$ (veerand) tundmaõppimiseks.

Paragrahvis, kus tutvustatakse protsendi ja hariliku murru seost, palutakse õpilasel meelde jätta seosed: $\frac{1}{2} = 50\%$; $\frac{1}{4} = 25\%$; $\frac{3}{4} = 75\%$; $\frac{1}{3} = 33 \frac{1}{3} \%$; $\frac{2}{3} = 66 \frac{2}{3} \%$; $\frac{1}{10} = 10\%$; $\frac{1}{8} = 12 \frac{1}{2} \%$. Õpilasele antakse juhised, kuidas esitada protsentarv hariliku murru kujul: Kirjuta protsent murrujoone peale ja arv 100 murrujoone alla ja lihtsusta (taanda) saadud harilik murd:

$$\frac{25}{100} : \frac{25}{25} = \frac{1}{4}$$

Eraldi paragrahvid on pühendatud protsentarvu teisendamisele harilikuks murruks, mille nimetaja on 100 ja protsentarvu teisendamisele segaarvuks. Samuti hariliku murru teisendamisele protsentarvuks.

Protsentarvu teisendamiseks kümnendmurruks antakse õpilasele juhised: Protsentkujul antud arvus tuleb protsendimärk kirjutamata jätta ja saadud arv jagada 100-ga. Näiteks: $14\% \rightarrow 14 : 100 = 0,14$. Eraldi paragrahv on protsentarvu teisendamisele selliseks kümnendmurruks, mille täisosana on nullist erinev ($125\% \rightarrow 125 : 100 = 1,25$) samuti kümnendmurru teisendamisele harilikuks murruks: $0,25 = 25 \text{ sajandikku} = 25\%$ või $0,05 = 5 \text{ sajandikku} = 5\%$.

Tähelepanuväärne on, et Allan D. Suter'i õpikus on väga palju ülesandeid, kus on kasutatud, protsendi mõiste tundmaõppimiseks, kõige erinevamaid korrapäraseid kujundeid, mis on jaotatud võrdseteks osadeks ning kus tuleb õpilasel vastata erinevatele küsimustele: Kui suur osa kujundist on värvitud? Mitu sajandikku kujundist on värvitud? Mitu protsenti kujundist on värvitud? Väljenda see protsentarv kümnendmurruna. Kui suur osa kujundist on värvimata? Mitu protsenti kujundist on värvimata? Jne.

Stanley H. Collins "Percent", Eugene, 2000

Stanley H. Collins (Collins, 2000) defineerib protsendi kui ühe sajandiku. 100% on ekvivalentne 100/100, s.t. sada osa sajast. Selline lähenemine aitab paremini mõista 100% tähendust ja mõiste "terve" sisu. Hulgaliselt on toodud näiteid, kasutades 10 x 10 ruudustikku: 27% ruudustikust on värvitud, see on 27 osa sajast; 98% ruudustikust on värvitud, see on 98 osa sajast; 363% on ruudustikest värvitud, see tähendab, et värvitud on tervenisti kolm 10 x 10 ruudustikku ja neljandast 10 x 10 ruudustikust 53 osa.

Protsentarvu, hariliku murru ja kümnendmurru seoste ilmestamiseks on joonistatud sammas, mis on jaotatud sajaks võrdseks osaks. Iga jaotise juures on toodud jaotisele vastav protsentarv, harilik murd ja kümnendmurd. Näiteks esimese jaotise juures on 1% ja temale vastavad $1/100$ ning 0,01; seitsmekümnenda jaotise juures 70% ning vastavalt $7/10$ ning 0,70 jne. Protsendi leidmiseks arvust antakse reegel:

$O \text{ (osa)} = P \text{ (protsentarv)} \times A \text{ (antud arv)}$.

Näiteks: leiame 15% 60-st:

$$15\% \times 60 =$$

$$15\% (P) \times 60 (A) = O$$

$$O = 15\% \times 60$$

$$O = 0,15 \times 60$$

$$O = 9$$

Seega, 15% 60-st on 9.

Arvu leidmiseks protsendi järgi, antakse juhise: Jäta meelde valem: O (osa) = P (protsentiarv) \times A (arv). Et aga arv on otsitav, siis $A = O/P$. Näiteks: leiame arvu, millest 48 moodustab 60% (48 on 60%):

$$48 = 60\% \times A$$

$$48 (O) = 60\% (P) \times A$$

$$A = 48 (O) : 0,60 (P)$$

$$A = 80$$

Seega, arv, millest 48 moodustab 60%, on 80.

Jagatise väljendamiseks protsentides antakse reegel: valemist O (osa) = P (protsentiarv) \times A (arv) tuleneb, et $P = O/A$. Seega, kui on tarvis leida mitu protsenti moodustab arv 8 arvust 25, toimime alljärgnevalt:

$$8(O) = (P) \times 25(A)$$

$$P = 8(O)/25(A)$$

$$P = 0,32 = 32\%$$

Seega, arv 8 moodustab 25-st 32%.

Ka selles õpikus on kasutatud palju näitlikustamist, eriti ülevaatlik ja õpetlik on eelpool kirjeldatud samm, mis protsentiarvu, hariliku murru ja kümnendmurru õpilasele näitlikult ja illustratiivselt silme ette toob. Kasutust leiavad ka 10 x10 ruudustikud.

Terttu Penttilä, Ilkka Simolin, Paavo Lyytinen “Matematiikkaa 6”, Espoo, 1986

Terttu Penttilä, Ilkka Simolin, Paavo Lyytinen (Penttilä, Simolin, Lyytinen, 1986) alustavad sissejuhatust protsentiarvutusse ülesannete andmisega õpilastele: Õpikus on õpilastele toodud pilt, millel on kümme lõvi, neist kolm on lõvikutsikad.

Õpilane peab vastama küsimustele: Mitu lõvi on pildil? Kui suur osa lõvidest on lõvikutsikad? Seejärel selgitatakse õpilasele, et kui tahame teada saada, kui suure osa moodustab üks arv teisest, peame leidma nende arvude suhte. Seega $3 : 10 = 3/10 = 0,3$. Pildil olevatest lõvidest on siis 0,3 osa lõvikutsikad.

Järgneb ülesanne, kus õpilasele esitatakse pilt erinevat värvi lilleõitega. Õpilasele esitatakse küsimused: Mitu lilleõit on pildil? Kui suur osa pildil olevatest õitest on punased?

Seejärel tuuakse sisse definitsioon: protsent on ühe sajandiku nimetus, protsendi tähis on %; $1\% = 1/100$ ehk $1\% = 0,01$. Pärast definitsiooni sissetoomist täpsustatakse õpilase vastust definitsioonile eelnenud ülesandele: pildil olevatest lilleõitest on 13% punased (pildil on 100 õit, millest 13 on punased). Terve rida on ülesandeid, kus õpilasel tuleb määrata 10 x 10 ruudustikus värvitud või värvimata osa, esitada see osa nii murru kui protsentarvu kujul. Sarnaseid ülesandeid on püstitatud ka erinevate korrapäraste kujundite abil, mis on jaotatud võrdseteks erinevalt värvitud osadeks.

Selleks, et leida mitu protsenti moodustab üks arv teisest, tuleb:

- leida, kui suure osa moodustab üks arv teisest;
- esitada tulemus protsendi kujul.

Näiteks : Mitu protsenti moodustab 2 meetrit 7 meetrist?

$$2m/7m = 2/7 \cong 0,285 \cong 0,29 = 29\%$$

Seega, 2 meetrit moodustab 7 meetrist 29%.

Protsendi leidmiseks arvust soovitatakse õpilasel esmalt leida 1% sellest arvust ja seejärel korrutada tulemus nõutud protsentide arvuga: Näiteks, kui tahame leida 4% 800-st, leiame esmalt 1% 800-st. Teame, et 1% on $1/100$, seega $800/100 = 8$. Kui 1% 800-st on 8, siis 4% 800-st on $4 \times 8 = 32$. Seega, 4% 800-st on 32.

Ka arvu leidmist protsendi järgi soovitatakse lahendada ühe protsendi abil. Näiteks: 2% arvust on 9. Leia see arv. Lahendame nii: Kui 2% arvust on 9, siis 1% sellest arvust on $9:2 = 4,5$. Meie aga otsime tervet arvu, ehk 100%. $4,5 \times 100 = 450$. Seega, otsitav arv on 450. Õpikus on palju elulähedasi ülesandeid: hindade tõus, hindade langus, laen, intress, maksud.

Selleski õpikus torkab silma rohke ja asjakohane näitlikustamine ning 10 x 10 ruudustike kasutamine nii mõiste “protsent” sisu avamisel kui ka harjutusülesannete

koostamisel. Nii, nagu enamikes välisautorite õpikutes, pannakse õpilane ka siin ise arutlema ja kaasa mõtlema mõiste “protsent” definitsioonini jõudmiseks.

**Inga Alvin, Bengt Anderberg, Sören Karlsson, Karin Landtblom,
“Megamatematik, Lärbok äk 7”, Värnamo, 1992**

Rootslased Inga Alvin, Bengt Anderberg, Sören Karlsson, Karin Landtblom (Alvin, Anderberg, Karlsson, Landtblom, 1992) defineerivad mõiste “protsent” kui ühe sajandiku: protsent on sama, mis üks sajandik. Õpilasele tuuakse näiteid:

$$3/10 = 3 : 10 = 0,3 = 30\%;$$

$$57/100 = 57 : 100 = 57\%;$$

$$3/100 = 0,03 = 3\%;$$

$$17/10 = 17 : 10 = 1,7 = 170\%;$$

$$368/100 = 368 : 100 = 3,68 = 368\%;$$

$$300/100 = 300 : 100 = 3 = 300\%.$$

Õpikus kasutatakse palju näitlikustamist, mõistete “pool”, “veerand”, “terve”, “kolmveerand” tutvustamisel on kasutatud pilte, millelt võib leida, pool apelsini, veerand šokolaadi, kolmveerand ringist jms.

Järeldused protsentarvutuse käsitlemisest vaadeldud kooliõpikutes

Kokkuvõtvalt võib tõdeda, et Eestis kasutusel olevates õpikutes on palju teoreetilisi selgitusi. Definitsioonina on kasutusel kaks varianti:

- protsent on 1/100 ehk 0,01;
- protsent on 1/100 osa ehk 0,01 osa mingist tervikust või arvust.

Protsentülesannete lahendamiseks on kasutusel kaks eri meetodit:

- nn ühikumeetod, mis sobib mistahes ülesande lahendamiseks;
- nn reeglimeetod, mille rakendamisel peab ülesande tüüpi teadma.

Hiljem lisandub protsentülesannete lahendamisel nendele võtetele võrdemeetod. Vähe on näitlikustamist ja elulähedasi ülesandeid. Õpilase iseseisvaks lahendamiseks-avastamiseks suunatud probleemipüstitused enamasti puuduvad.

Mujal kasutusel olevad õpikud defineerivad protsenti kui $1/100$ ehk $0,01$, kusjuures rõhutatakse, et tegemist on suhtarvuga. Õpikutes on väga palju kasutatud näitlikustamist ja õppija nägemismälule suunatud selgitusi (näiteks kõik murrud, mis kujutavad endast tervet, nagu $5/5$ või $100/100$, on ümbritsetud piirjoonega, mis kujutab arvu "1"). Protsentülesannete lahendamisel kasutatakse nii ühiku- kui ka reeglimeetodit, kuid ka lahendusteed näiteülesannetes tuuakse õpilasele tihti skemaatiliselt – et see paremini silme ette -ja sealtkaudu mällu- jääks. Halva näitena esines eespool vaid Eugene D. Nichols, Mervine L. Edwards ja E. Henry Garland "Holt Algebra 1" (Nichols, Edwards, Garland, 1986), kus protsentarvutusülesannete lahenduseeskirjad tuuakse õpilasele skemaatiliselt, kuid jäetakse seejuures nii mõiste "protsent" kui ka protsentarvutuse sisu selgitamata.

Tihti püstitatakse õpilasele probleemülesanne veel enne, kui minnakse uue teema teoreetiliste selgituste juurde. Õpilased teevad- soovitavalt- grupitööd ning jõuavad omavahel arutledes ning õpikus toodud suunavatele küsimustele vastates ise uute teoreetiliste järeldusteni. Alles siis defineeritakse õpikus uued mõisted või antakse konkreetseid reeglid. Näiteülesannete ja ka õpilasele pakutud ülesannete puhul torkab silma nende elulähedus. Kasutatakse probleemipüstitusi õpilase lähimast ümbrusest (näiteks krediitkaardi intressid, maksud palkadelt, kaupade hinna tõus, hindade langus jne). Tihti püstitatakse õpilasele probleemülesanne ning tuuakse lahenduseks erinevaid arutlusi, millest osa on vigased. Nüüd peab õpilane analüüsima, kus on arutluses viga ja miks selline viga võis arutlusse tulla. Õpilasele tehakse kohustuseks ka ise ülesandeid koostada ning kaasõpilastele küsimusi esitada.

Mujal kasutusel olevates õpikutes on ka, võrreldes Eestis kasutusel olevate õpikutega, enam protsentarvutusülesandeid peast lahendamiseks.

Seda kõike peaksid eeskujuks võtma ka Eesti õpikukirjutajad ning samuti tahab taolisi metoodilisi lähenemisi kasutada loodav õpiprogramm "Protsent".

2. ÕPIPROGRAMM PROTSENTARVUTUSE TREENIMISEKS

2.1. Infotehnoloogia matemaatikahariduses

Arvutid ja internet on jõudnud praktiliselt igasse kooli ja paljudesse kodusesse. On olemas ka arvukalt programme matemaatika õppimiseks ja õpetamiseks. Sellega seoses kerkib mõningaid küsimusi, millele tuleks vastus leida.

Kesksed probleemid, mis seonduvad arvutite kasutamisega matemaatikahariduses, on järgmised:

- Millises mahus kasutada infotehnoloogiat matemaatikakoolituses?
- Millised on arvutikasutuse eesmärgid?
- Missugune on ainetunnis arvuti kasutuse lisaväärtus?

Vaatleme äärmuslikke vastuseid ja võimalikke põhjendusi küsimusele, millises mahus arvutit kasutada.

Arvuteid ei tuleks üldse kasutada. Las arvutid ja Internet olla, õpetame nii nagu ikka on õpetatud. Aastaid on õpetatud traditsiooniliselt, tahvli ja kriidi ning pliatsi ja paberi abil. Õpilane, kes on võimeline ja tahab, suudab materjali omandada ka tavapärase vahenditega. Riigieksamil ja riiklike tasemetööde ajal pole nagunii võimalik personaalarvutit kasutada. Matemaatikaklassis arvuteid reeglina pole, arvutiklassis on tunde läbi viia ebamugav ja sageli võimatugi, sest arvuteid tihti napib või ei võimalda seda tunniplaanist tulenev ruumijaotus.

Kasutada võimalikult paljudes tundides arvutit. Arvutid on koolides ja paljudes kodudes olemas, neid peaks väga kiiresti ja massiliselt õppetöö huvides rakendama. Kui mõne teemaatika puhul on kasutamine raskendatud, siis peaks kaaluma selle teemaatika vajalikkust ja sobivust õppekavasse üldse. Viia võimalikult palju ainetunde läbi arvutitega varustatud klassides. Teha õpetajatele infotehnoloogia kasutamine ainetunnis kohustuslikuks. Lülitada õppetöösse rohkesti simulatsioone ja projekte, kasutada uue materjali esitamisel vastavaid olemasolevaid õpiprogramme.

Kesktee. Loomulikult võib mõlema äärmusliku seisukoha toetuseks palju argumente leida. Samuti on võimalik leida vastuargumente.

Vahel arvatakse, et iga õpetaja peaks valima täpselt ühe neist seisukohtadest ning vastavalt valitud seisukohale siis ka toimima. Selline mõtteviis on liiga must-valge. Säärased ekstremistid võivad olla kogu matemaatikaharidusele isegi kahjulikud. Optimaalne tee tundub olevat nende kahe äärmuse vahel. “Arvuti on sobilik ainult teatud osa jaoks õppetööst ja muinasjutud õpetajate ning sadade aastate jooksul kujunenud pedagoogilise tarkuse asendamisest masinaga kuuluvad rumalamat sorti teaduslikku fantaasiasse” (Prank, 1997).

“Võib sõnastada järgmise kredo: infotehnoloogiat peaks matemaatika õppimisel-õpetamisel kasutama siis, kui see on mõistlik” (Tõnisson, 1999).

Ja kohe kerkib küsimus: mis on mõistlikkuse kriteerium? Millal on kasutamine mõistlik. Igal konkreetsel juhul sõltub see paljudest asjaoludest, nagu näiteks: milline on õpetaja ja õpilase arvuti käsitlemise oskus, sobiva programmvara olemasolu ja õpetaja oskused seda kasutada, kas on olemas keelebarjäär - kui programmid on valdavalt ingliskeelsed, siis milline on õpilaste-õpetajate inglise keele oskuse tase, milline on arvutitele juurdepääs, kas saab kasutada dataprojektorit jne. Otsustamisel tuleks appi võtta ka statistika - tasemetööde ja põhikooli lõpueksamite tulemused läbi aastate.

TÜ Arvutiteaduste Instituudi dotsent, Tiigrihüppe koolitustarkvara töörühma juht Rein Prank kirjutas: “ Arvutiõpetuse õppimise – õpetamisega ei tohiks aga õpilase ja kooli arvutikasutus piirduda. Sisulise arvutioskuse andmine ei ole mõeldav ainult mingil fikseeritud (pool)aastal toimuva arvutiõpetuse kursusega. Tõsised oskused ja professionaalne suhtumine omandatakse alles siis , kui arvuti on õpilasele vajalik tööriist oma põhitöö – õppimise – jaoks paljude aastate jooksul ja paljudes õppeainetes” (Prank, 1997).

Aineõpetajad peaks teadma, millist osa tema ainekast on võimalik ja kasulik õpetada arvutil. Mis oleks selle eesmärk ja missugust lisaväärtust see annaks? Arvutite abil saab lahendada mitmeid tavapärase õppimise ja õpetamise tehnoloogia poolt seni kasutamata probleeme: näidata protsesside dünaamikat, muuta vaatepunkti, anda õpilasele kohest tagasisidet tema valitud lahenduse kohta, kasutada võrgu võimalusi täiendava materjali hankimiseks. Õpetajate tööd saab kergendada tarkvara, mis peab arvestust õpilase tehtud töö ja selle edukuse kohta. Arvutiprogrammi ülesandeks on sellisel juhul kontrollida vastuste õigsust, anda tagasisidet ja pidada arvet iga õpilase tulemuste kohta.

Millised on arvutikasutuse eesmärgid?

Loomulikult ei tohi arvuti kasutamine õppeaines saada eesmärgiks omaette, mida tehakse vaid soovist kompuuteriseerida. Arvuteid tuleks kasutada seal, kus nad kasu toovad. Selliseid teemasid, mille käsitlemisel arvuti kasutamine kõige enam vajalik on, peab leidma õpetaja kui vastava aine asjatundja. Erilisi muutusi aineõpetuse didaktikas siin ei vajata. Matemaatikas võib harjutamine arvuti taga alata aritmeetiliste tehete sooritamisesest nii ühe kui mitmekohaliste arvudega ja jätkuda murdude ja avaldiste teisendamisega, teoreemide tõestamisega, jooniste konstrueerimisega, statistiliste andmete esitamisega diagrammidena või tabelitesse vormistatuna jne. Oluline roll arvutikasutuses on õpilase individuaalsel õpetamisel. Kui programm annab kohest tagasisidet igal lahendussammul, on õpilasel võimalik kohe veenduda selles, et tema poolt pakutud lahenduskäik on õige. Vastasel korral tuleb õpilasel valida teine lahenduskäik. Samuti on kompuuteriseeritavad enamik töövihikutes pakutavaid ülesandeid. Ka siin võidaks õpilane kiire tagasiside tõttu.

Missugune on ainetunnis arvuti kasutuse lisaväärtus?

Õpetaja vabaneks suurest hulgast kodutööst – vihikute parandamisest. Aja kokkuhoid oleks oluline ka ainetunnis, kui nii mõnigi mehhaanilisevõitu toiming oleks sooritatav arvutil. Oluline on ka see, et arvuti võimaldab igale õpilasele just temale sobiva töötamiskiiruse.

Samuti võib arvuti taga omandada ka uut materjali. Nn “kompuuteriseeritud õpik” motiveerib õpilast, kes ehk traditsiooniliste vahenditega läbiviidud tunnis aine vastu huvi ei ilmuta. Ka võimaldab “kompuuteriseeritud õpik” uue materjali kättesaadavaks teha õpilasele, kes on tunnist puudunud ja õpetaja elavast esitusest ilma jäänud.

“Peaks olema selge, et niisugused teemad on siiski olemas, kus arvutite kasutamine võimaldab midagi endisest paremini ja huvitavamalt teha” (Prank, 1997).

Ülevaade Eesti koolides enam kasutatavatest õpiprogrammidest

Tiigrihüppe Sihtasutuse poolt on Phare ISE CD-de kaudu Eesti koolidesse levitatud ja matemaatikaõpetuses enamkasutatavad järgmised õpiprogrammid: GeomeTricks, Function, GeoLog, Tabeltalk, Pattern ja StudyWorks.

Järgnevas on toodud nende lühiülevaade.

Geometricks (autoriks Viggo Sadolin, Taani).

(<http://www.koolielu.ee/pages.php/03020602?txtid=1381>)

“Kõige populaarsemaks on osutunud dünaamilise geomeetria programm GeomeTricks, mida saab kasutada matemaatika õpetamisel alates 5. klassist.” (Veelmaa, 1999). 5. klassis õpitakse lähemalt tundma ristkülikut ja ruutu. Neid on hõlbus joonestada, kasutades koordinaatteljestikku. Kuigi 5. klassi õpilane veel ei tunne koordinaatteljestiku mõistet, saab ta teljestikku kasutada kui ruudulist lehte. GeomeTricksiga on jooniste tegemine jõukohane ja huvitav ka aeglasematele õpilastele, seetõttu on nüüd võimalik õpetajal kasutada põhiosa ajast vastavate kujundite omaduste õpetamisele. Lihtne on mõõta kaugusi, nurki ja pindalaid. Hiirega kujundi suurust muutes võib õpilane ise veenduda, kas omadused jäävad kehtima või mitte.

Väga sobiv on GeomeTricks erinevate kolmnurkade ja nende omaduste tundmaõppimisel 6. klassis. Põhjus on lihtne – arvuti abil on kerge mõõta nurki, pindalaid ja külgede pikkusi. Näiteks omaduse “Võrdhaarse kolmnurga tipunurga poolitaja poolitab ka kolmnurga aluse ja on alusega risti” käsitlemisel joonestab õpilane ekraanile mingi võrdhaarse kolmnurga ja selle tipunurga poolitaja. Mõõtes aluse mõlemad pooled, näeb, et need on võrdsed, mõõtes nurga aluse ja nurgapoolitaja vahel, ilmnebki, et see on 90 kraadi. Muutes kolmnurga suurust, saab veenduda, et see omadus jääb kehtima. Võib lasta õpilasel kontrollida, kas tipunurga poolitaja jaotab võrdhaarse kolmnurga kaheks pindalalt võrdseks kolmnurgaks. Samuti on 6. klassi teemat “Ring. Ringjoon” hea hakata käsitlema just GeomeTricksi abil.

7. klassis on esimene kokkupuude koordinaattasandiga. GeomeTricksis on võimalik töötada kas nähtava koordinaatteljestikuga või ilma selleta. Teema “Koordinaattasand” kõiki ülesandeid saab ja võikski lahendada arvutil, sest ka klassi nõrgemad õpilased saavad nende lahendamiseks just arvutil edukalt hakkama. Aja kokkuvõtte on märgatav, võrreldes ülesannete lahendamiseks joonlaua ja pliiatsi abil. Vabaneva aja saab õpilane kulutada põhiteemale ning omandab vastavad matemaatilised seosed kindlamalt.

Hea on ka see, et tulemus on kohe silme ees ja kui midagi on valesti, on lihtne kõike parandada.

3. klassis on teisigi teemasid (rööpkülik, hulknurk, hulknurga nurkade summa, romb, trapets, nende pindalad jne), mida saab kohandada arvutitundideks, toetudes iga õpetaja enda loomingulisusele.

Function (autoriks Viggo Sadolin, Taani).

(<http://www.koolielu.ee/pages.php/03020608?txtid=1528>)

Programmi Function on võimalik kasutada abivahendina funktsioonide uurimisel erinevate teemade käsitlemisel, põhiliselt IV kooliastmes. Functioni abil saab defineerida kuni 6 funktsiooni, joonistada nende graafikud, määrates telgede maksimaalsed ja minimaalsed väärtused ning muutes koordinaattelgede alguspunkti paigutust ekraanil manipuleerida koordinaadistikuga. Parema ülevaate saamiseks graafikust võimaldab Function vaadelda suurendamise abil detailsemalt selle erinevaid osasid.

Lisaks on defineeritavad 5 vaba parameetrit, mida saab kasutada funktsioonide kirjeldamisel. Vabadele parameetritele saab ette anda nende muutumise vahemiku ning kerimisriba abil selles vahemikus liikudes jälgida funktsiooni graafiku vastavat muutumist. Selle võimaluse eeliseks on näha otsest seost funktsiooni defineerimisel kasutatud vaba parameetri ning funktsiooni graafiku muutumise vahel. Kasutada saab programmis olemasolevaid funktsioone: abs, sqr, sin, cos, atn, log, int, exp, ran, rnd, gam, sinh, cosh, sgn. Kuni kahe eelnevalt defineeritud funktsiooni jaoks saab leida nende lõikepunkti(d), nullkoha(d), maksimum- ja miinumkoha(d) ning funktsiooni väärtuse etteantud kohal.

GeoLog (autoriks on Giesseni ülikooli (Saksamaa) emeriitprofessor Gerhard Holland).

(<http://www.koolielu.ee/pages.php/03020609?txtid=1578>)

GeoLog on intelligentne õpiprogramm lihtsamate planimeetria tõestus-, konstruktsiooni- ja arvutusülesannete harjutamiseks Windows-keskkonnas. Kasutatav on programm IV kooliastmes.

Programm GeoLog koosneb kolmest osast: GeoExpert, GeoProof ja GeoCon. GeoExpert on õpetaja töövahend, mille abil on võimalik koostada uusi ülesandeid ja ka ülesannete kogusid GeoProof'i ja GeoCon'i jaoks.

GeoProof ja GeoCon on nn õpilase töövahendid. GeoProof on mõeldud geomeetria tõestus- ja arvutusülesannete lahendamiseks, GeoCon aga konstrueerimisülesannete lahendamiseks.

Programmi autoriks on Giesseni ülikooli (Saksamaa) emeriitprofessor Gerhard Holland. Eestikeelne versioon programmist valmis Tiigrihüppe Sihtasutuse finantseerimisel aastal 2000.

Programm GeoLog aitab õpilastel juba suhteliselt varakult õppida tõestama. See programm õpetab ülesannet lahendama sammhaaval ja igal sammul oma tegevust ka põhjendama. Kasutades seda programmi on õpilasel võimalik veenduda selles, et tema

poolt pakutud lahenduskäik tõestab just selle väite, mida vaja, kuna programm annab kohest tagasisidet igal lahendussammul. Lisaks, kui ülesanne on lahendatud, hindab programm kasutaja lahendust täisarvuga (0 kuni 100), mille arvutamisel arvestatakse korrektsete lahendussammude arvu, vigaste lahendussammude arvu ja abi küsimiste arvu.

Lisaks on programmi GeoLog abil võimalik lahendada suur hulk konstruktsiooniülesandeid oluliselt väiksema ajakuluga kui traditsioonilisel moel ülesandeid lahendades. Samal ajal aga ei tee arvuti (programm) õpilase eest midagi olulist ära, mõtlemise töö jääb siiski õpilasel endal teha. Igal lahendussammul kommenteerib programm tehtut ja annab koheselt teada kui konstrueeriti midagi üleaurust. Kuna programm annab igal sammul kohest tagasisidet, siis on igal õpilasel võimalik õppida (lahendada ülesandeid) oma tempoga, saades pidevat õpetust (selgitust) iga tegevuse järel.

Tabletalk (autoriks Viggo Sadolin, Taani).

(<http://www.koolielu.ee/pages.php/03020606?txtid=1526>)

Tabletalk on programm, mis võimaldab luua tabelleid ning nende graafilisi esitusi. Tabeli kirjeldamiseks tuleb anda veerule nimi, algväärtus ning eeskiri järgmise väärtuse saamiseks, kusjuures uue rea loomisel on võimalik kasutada väärtusi ainult eelnevast reast. Tabeli ning tema graafilise esitusega kirjeldatakse mudel, mille abil on antud ainevaldkonna probleem paremini mõistetav ning ka lahendatav. Sobib kasutamiseks II ja IV kooliastmes.

Pattern (autoriks Viggo Sadolin, Taani).

(<http://www.koolielu.ee/pages.php/03020607?txtid=1527>)

Patterni ole ehk kõige lihtsam integreerida õppekavaga. Samas on tegemist väga huvitava lähenemisega matemaatika õpetamisele ja tööd temaga tasub proovida eriti algklassides, seega I ja II kooliastmes, kuid ka põhikooli III kooliastmes.

Pattern on lihtne iselaadne joonistamisprogramm. Joonistamine toimub kasutaja poolt joonistusaknas juhitava objekti abil.

Liikumisel jätab objekt endast maha muudetava laiuse ning värviga joone, samas võib asukohta muuta ka jälge jätmata. Valida on kolme erineva võrgustiku vahel, milles objekti juhtida.

Salvestamisseadme abil saab sooritatud liikumised eelnevalt lindistada ning seejärel piiramatu arv kordi joonistamisakna mistahes punktis uuesti esitada.

StudyWorks (autoriks Mathsoft).

(<http://www.koolielu.ee/pages.php/03020603?txtid=1530>)

StudyWorks on programmipakett, mille abil saab õppida ning õpetada paljusid matemaatika teemasid, aga ka teemasid füüsikast, keemiast, maateadusest ja bioloogiast. StudyWorksi abil saab arvutada, lihtsustada avaldisi, joonestada graafikuid ja lahendada muid matemaatikas aga ka teistes loodusteadustes ettetulevaid probleeme.

Programmiga StudyWorks on võimalik:

- õpetajal valmistada ette tunde (lahendada ülesandeid, aga ka teha graafikuid ja kujundada matemaatilist teksti);
- viia tunde läbi (kas demonstreerida graafikuid ja animatsioone või viia tund läbi arvutiklassis, kus õpilased programmiga töötavad);
- õpilasel teha koduseid töid.

Programmiga on kaasas hulk huvitavaid töölehti. Eesti keeles on umbes sadakond töölehte (<http://www.tamme.tartu.ee/studyworks/>) ja neid tehakse järjest juurde. StudyWorksi puhul on tegemist Eesti õpetajate ilmselt võimsaima matemaatika abimehega.

Ülevaade olemasolevatest eestikeelsetest matemaatika käsitletavatest õpiprogrammidest ja veebimaterjalidest

Järgnevalt kirjeldatakse mõningaid, Internetis leitud, matemaatika teemasid käsitlevaid eestikeelseid õppematerjale.

<http://www.koolielu.ee/pages.php/03>

Eestikeelsel veebilehel olevad õppematerjalid on sorteeritud ainete ehk valdkondade järgi. Iga aine ehk valdkonna sees on loodud õppematerjalide struktuur, mis põhineb õppekaval. Iga suurema teema all on sellega seonduvad alateemad. Igal õppematerjalil on selgitus, millises kooliastmes seda kasutada saab ja lisatud materjali faili ja/või veebiaadress.

Õppematerjale saab kommenteerida. Koos õppematerjali kommentaariga on nähtav ka kommenteerija pandud hinne.

<http://www.tpu.ee/~pilve/>

Eestikeelsed õppematerjalid 11. ja 12. klassi matemaatika ainekavas leiduvate teemade õppimiseks. Esindatud on sellised teemad, nagu "Liitfunktsioon", "Pöördfunktsioon", "Eksponentfunktsioon", "Eksponentvõrrandid", "Arvu logaritm" jne.

<http://www.kool.ee/index.php?id=1185>

Veebileht sisaldab mitmeid abivahendeid ning pisiprogramme erinevate matemaatika ainekava teemade käsitlemiseks (suurima ühisteguri ja vähima ühiskordse leidmise, korrutustabeli, liitmise ja lahutamise treenimine jne.).

<http://www.miksike.ee/>

Veebileht sisaldab rikkalikult õppe – ja õpetamismaterjale nii õpilasele kui õpetajale. Leidub töölehti erinevate õppeainete kõikvõimalike teemade kohta. Muuhulgas on vähesel määral ka protsentarvutust käsitlevaid näidisülesandeid.

<http://www.zone.ee/koolike/>

Veebilehelt võib leida Eestis ainulaadse arvutiprogrammi õpetajatele, mis sisaldab matemaatika, eesti keele ja võõrkeele mooduleid. Programmis on palju võimalusi laste õpetamiseks, vajaliku info salvestamiseks, printimiseks ja arvutis õpilasele esitamiseks. Selle juurde kuuluvad ka mitmed arendavad mängud, mida saab vastavalt oma tahtmisele muuta.

<http://www.math.ut.ee/~matrix/Project/>

Veebilehelt võib leida programmi "Tere matemaatika!", mis arendab arvutamist ja matemaatilist loogikat läbi lihtsate, kuid samas leidlikust ja taipu nõudvate harjutuste. Ülesanded on mõeldud lahendamiseks eelkõige algklasside õpilastele.

<http://www.zone.ee/tgrkutsu/>

Eestikeelne harjutusprogramm peast arvutamiseks.

<http://www.hot.ee/ingridringi/>

See veebilehekülg on koostatud kõigile, kes on huvitatud matemaatikast. Siin leidub materjale erinevate matemaatika õpiprogrammide kohta, ülesandeid ja õppematerjale. Ei puudu ka valemite kogud ja spikrid. Kõik huvilised saavad lugeda erinevates väljaannetes ilmunud eestikeelseid matemaatikaalaseid artikleid. Rubriigist

"Huvitavat lugemist" võib leida nalja, luuletusi jms, mis kõik on seotud matemaatikaga. Antud lingistik sisaldab ainult eestikeelseid materjale.

Kokkuvõtvalt tuleb konstateerida, et praeguse seisuga on protsentarvutust käsitlevat sobivat õpitarkvara leida küllalt vähestel määral ning sedagi peamiselt töölehtede näol.

Internetis leiduvate võõrkeelsete (Internetis kättesaadav õpitarkvara on enamasti ingliskeelne, vähesel määral ka saksakeelne. Meie lähimate naabrite toodang on vene- või soomekeelne) õppematerjalide kasutamist piirab aga Eesti koolides keelebarjäär.

2.2 Õpiprogrammi üldkirjeldus

Nagu eespool veendusime, on läbi aastate olnud protsentarvutus üks nendest matemaatika ainekava osadest, mida õpilased on omandanud suhteliselt nõrgalt. Samas on aga protsentarvutusel oma kindel koht Põhikooli ja gümnaasiumi riiklikus õppekavas. Oma elulisuse poolest on protsentarvutus oluline oskus iga inimese igapäevaelus.

Eestis kasutusel olevates õpikutes on aga protsentarvutust käsitletud küllalt pikkade teoreetiliste selgituste varal. Võrreldes mujal kasutatavate õpikutega, on vähe illustratsioone, näitlikustamist ja elulähedasi protsentarvutust nõudvaid ülesandeid. Mõiste “protsent” selgitamisel on inimese visuaalset mälu ära kasutatud minimaalselt. Seda “tühimikku” peabki täitma loodav, multimeediumi vahenditel põhinev õpiprogramm “Protsent”. Samas ei taotle loodav õpiprogramm vaid õpilaste huvi äratamist nn uue ja põneva vastu, vaid järgib ka tõsist õpetusstiili ning õppekavale vastavat sisu.

Multimeediarakenduste loomise vahendiga Authorvare 6 koostatav õpiprogramm “Protsent” sisaldab õpetavat protsentarvutust käsitlevat teooriaosa koos hulgaliste näidetega, kus ja millistes valdkondades igapäevaelus me protsentarvutusega kokku puutume ja milliseid ülesandeid saame protsendi abil lahendada.

Loodav õpiprogramm sisaldab ka teste ning ülesandeid nii teoreetiliste teadmiste kui protsentarvutust nõudvate ülesannete lahendusoskuse kontrolliks. Õpiprogramm on mõeldud kasutamiseks eeskätt põhikooli II astmes teema “Protsent” käsitlemiseks ja protsentarvutust nõudvate ülesannete treenimiseks, aga ka põhikooli lõpetajale kordava osana. Õpiprogramm kujutab endast elektroonilise õpiku protsentarvutust käsitlevat osa koos elektroonilise harjutusvihikuga ning kontrolltööde kogumikuga. Programmiga saab õpilane töötada iseseisvalt või õpetaja juhendamisel. Õpiprogrammi liiga vaba ülesehitus, kus õpilane võib liikuda programmi suvalise osa juurde ja tegeleda sellega just nii kaua, kui ta seda huvitavaks peab, toob kaasa materjali pealiskaudse lehitsemise ohu. Seetõttu sunnib loodav õpiprogramm “Protsent” õpilast programmi teatud osi järjestikuliselt läbima ning seab kohati ka edasiliikumise tingimuseks eelmises osas pakutud teadmiste kontrolli.

Loodava õpiprogrammi ülesehitus peaks vastama nn “heade tavade” nõuetele: keskkond peaks olema kiiresti õpitav, kasutatavus hea, sisu püsiva väärtusega, selge ja

läbinähtava struktuuriga, peaks sisaldama mõõdukalt ka animatsioone, pilte, fotosid, heli jne.

Disaini osas on kasutatud lihtsuse ja selguse põhimõtet, kus oluline tekst (definitsioon, mõiste, oluline info jne) kirjutatakse hästiloetavas kirjastiilis (Arial) võimalikult suurt tähekõrgust ning rasvast kirja kasutades. Tekst on esitatud tumesinisena rohekal taustal.

Authorware 6 rakenduses saab kasutada:

- Tekste;
- Graafikat - lihtsamate jooniste tegemiseks;
- Heli;
- Videosid - kasutada saab nii digitaalset (videofaile) kui ka tavalist videod;
- Liikumist - liigutada võib kõiki nähtavaid objekte vastavalt soovitud trajektoorige;
- Suhtlemist kasutajaga - nupud, aktiivsed pinnad, aktiivsed tekstid, vastus - teksti sisestamine;
- Hüpermeediaelemente - hüpertekst, hüperseosed

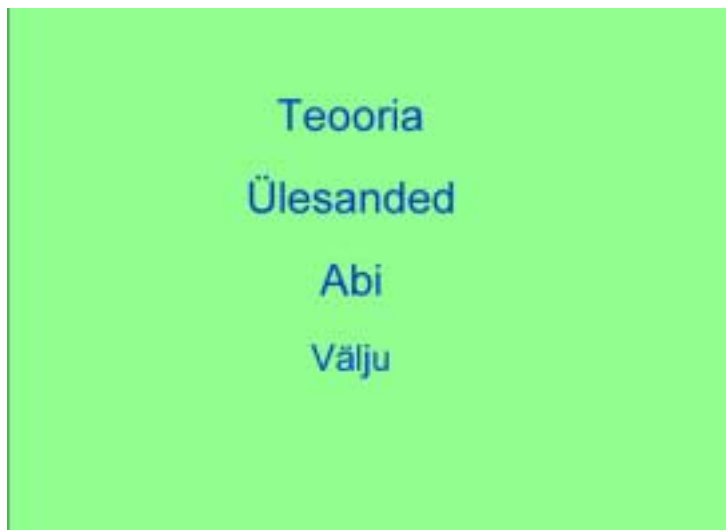
Õpiprogrammide korral on väga tähtis komponent ka tulemuste salvestamine faili ja failist lugemine. Ka failidega opereerimise võimalused on multimeediaprogrammis Authorware 6 loodud, nii nagu ka võimalus autentimiseks.

Kõiki neid võimalusi kasutatakse ka õpiprogrammi “Protsent” loomisel.

Õpiprogramm algab tiitellehega, millelt leiab kasutaja õpiprogrammi nimetuse ning koostaja.



Tiitellehelt edasi liikudes avaneb peamenüü, kust on esmalt võimalik liikuda teooriaossa (“Teooria”) , teemale “Ülesanded” ning teemale “Abi”, mis annab juhiseid programmiga töötamiseks.



Läbinud teooriaosa või valides peamenüüst “Ülesanded”, jõuab õpilane menüüsse, mis sisaldab kõiki teemaga seotud alateemasid (“Protsentiarvu esitamine hariliku ja kümnendmurruna”, “Protsendi leidmine arvust”, “Arvu leidmine protsendi järgi”, “Jagatise väljendamine protsentides”, “Suuruste muutumine protsentides”, “Harjutame koos”, “Test”, “Kontrolltöö”).



Alateemadelt on võimalik edasi liikuda näiteülesannete, harjutavate ülesannete ning kontrollülesannete juurde. Nii harjutavaid - kui ka kontrollülesandeid on võimalik valida erineva raskusastme järgi.

Igast programmi osast on õpilasel võimalik liikuda uuesti peamenüüsse, ossa "Abi" või soovi korral väljuda. Samuti on võimalik otsida erinevaid, juba läbitud programmiosades kasutusel olnud, mõisteid. Teooriaosa tuleb kasutajal läbida järjestikuliselt. Selline meetodika taotleb seda, et õpilane teooriaosa kindlasti läbiks, enne, kui alateemade juurde asub.

Enne mõiste "protsent" defineerimist püstitatakse õpilasele probleemülesandeid ning tuuakse arutlusi nende ülesannete lahendusteni jõudmiseks.



Nii pannakse õpilane kohe programmiga kaasa mõtlema ja sammhaaval protsendi definitsioonini jõudma. Ekraanile ilmub kümme putukat, kellest kuus on sipelgad ja neli lepatrinud:



Õpilasele esitatakse küsimus: Kui suure osa putukatest moodustavad lepatriinud?




Tööd jätkates saab õpilane näpunäite:

Peamenüü Teooria Väga


Pea meeles:

Kui tahame teada saada, kui suure **osa** moodustab üks arv teisest, peame leidma nende arvude **suhte**.




Seega:

Peamenüü Teooria Väga



Seega:
 $4:10 = 4/10 = 0,4$
ehk
pildil olevatest putukatest on
0,4 osa lepatriinud

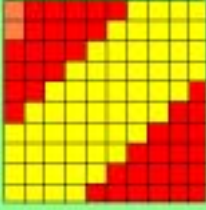


Edasi tuuakse sisse 10 x 10 ruudustik, kus osa ruudukestest on värvitud punaseks. Õpilane saab küsimuse: Mitu ruudukest on värvitud punaseks? Seejärel aga küsimuse: Kui suur osa ruudukestest on värvitud punaseks?



Vastused püstitatud küsimustele leiab õpilane koos programmiga , õpiprogrammis tooduga kaasa mõeldes:

Peamenü Teoria Vajgi



**Pildil on $10 \times 10 = 100$ ruudukest
100-st ruudukesest on 42
värvitud punaseks**

← →

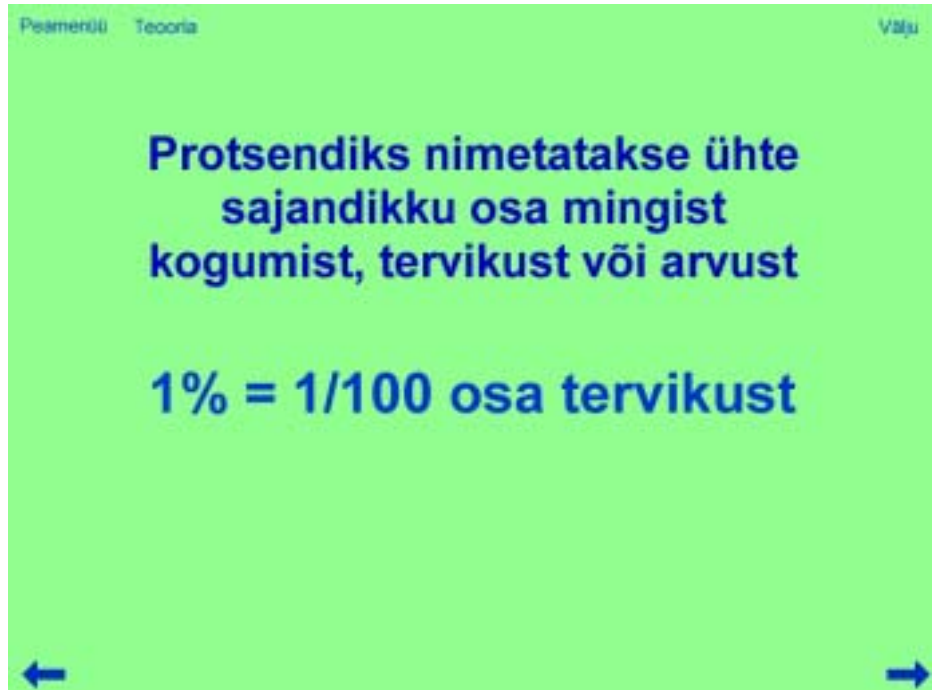
Peamenü Teoria Vajgi



**ehk teisisõnu: punaseks on värvitud
 $42:100 = 42/100 = 0,42$ osa
ruudukestest**

← →

Alles seejärel defineeritakse mõiste “protsent”:



Selline lähenemisviis taotleb mõiste “protsent” sisu selgemat mõistmist. Õpilasele jääb nii mulje, justkui oleks ta ise protsendi definitsiooni loonud, see aga tõstab õpilase enesekindlust programmi edasiseks iseseisvaks läbimiseks.

Õpiprogrammi “Protsent” eelisteks tavapärase Eesti koolides kasutusel olevate kooliõpikute ees on:

- jõukohasus õpiprogrammi iseseisvaks läbimiseks;
- võimalus protsentarvutust õpetada ja omandatud teadmisi kontrollida arvutiklassis ning arvutil, mis peaks tõstma ka niisuguste õpilaste motivatsiooni, kes tavapärase vahenditega läbiviidud matemaatikatunnis aine vastu huvi ei ilmuta;
- nii õpilase kui õpetaja aja kokkuhoid vihikusse või tahvlile kirjutatavate ülesandepüstistuste ning lahenduskäikude ärajäämise arvelt;
- vabanenud aega saab õpetaja kasutada mõistest “protsent” sisulise arusaamise kinnistamisele ning õpetamise diferentseerimisele;
- kohene tagasiside õpilasele harjutusülesannete lahendamise erinevatel etappidel;
- kohene tagasiside testide ning kontrollülesannete lahendustulemuste kohta;

- näitlikustamine illustratsioonide, animatsioonide ning fotode abil;
- õpiprogramm toetub protsentarvutuse käsitlemisel küll V. Bradise ja A. Telgmaa metoodikale, kuid toob sisse välismaa metoodikute-õpikukirjutajate metoodilisi võtteid (õpilane pannakse programmiga kaasa mõtlema ning iseseisvalt uute järeldusteni jõudma, kasutatakse elulähedasi ning eakohaseid ülesandepüstitusi, seatakse olulisele kohale näitlikustamine, õpilasele antakse näpunäiteid nii teoreetiliste arutluste kui ka ülesannete lahendamise juures).

Sihtgrupi analüüs

Sihtgrupiks on põhikooli õpilane, kes:

1. omab minimaalset arvutioskust (Põhikooli ja gümnaasiumi riiklikus õppekavas märgitud I kooliastme üldpädevused): oskab käivitada ja kasutada lihtsamaid arvutiprogramme, tunneb klaviatuuri ja selle põhilisi kasutusvõtteid;
2. omab keskmist lugemis – ja töökiirust (toetuda tuleks eelnevatele uuringutele, või kui uuringud puuduvad, siis vastavad uuringud läbi viia). Õpiprogramm sisaldab mõisteid, definitsioone, selgitavaid tekste ja valemeid. Seega peaks õpilane suutma neid teatud kiirusega lugeda või vajadusel nende juurde tagasi pöörduda ning uuesti lugeda;
3. võib vajada individuaalõpet (on võimekam kui keskmine õpilane või võimekuselt nõrgem kui keskmine õpilane) – seega peab valmistoodete võimaldama valida nii lihtsamaid kui ka keerukamaid ülesandeid ja tagasisidet andvaid teadmiste kontrollteste, samuti lisalugemist ning viiteid lisamaterjalidele;
4. on huvitatud kiirest tagasisidest – valmisprogramm peab andma veateate niipea, kui õpilane on eksinud vastusega või teinud valesammu ülesande erinevatel lahendusetaappidel;
5. peab oluliseks disaini – toote puhul peab silmas pidama, et ei oleks ülemäära animatsioone ega liialdatud värvikirevust, sest see juhib põhikooli õpilase tähelepanu kõrvale ja õppimise kasutegur jääb väikeseks. Animatsioon peab olema põhjendatud ja ainult ühest infot edastav;
6. omab vajalikke eelteadmisi, mis on määratletud Põhikooli-ja gümnaasiumi riiklikus õppekavas ja mis vastavad üldjoontes 6. klassi õpilasele esitatavatele teadmistele-oskustele:

- tunneb kümnendsüsteemi, oskab naturaalarve ja kümnendmurde kirjutada ning järjestada;
- tunneb tehete järjekorda, oskab arvutada peast, kirjalikult ning naturaalarvude ja kümnendmurdudega;
- oskab teisendada naturaalarve kümnendmurdudeks ja ümberpöörduvalt;
- oskab arvutada lihtsamate harilike murdudega;
- omab kogemust arvutusoskuste rakendamisest tekstülesannete lahendamisel;
- oskab mõista tekstülesannete sisu ja lahti mõtestada nõutavad tegevused tekstülesande lahendamisel.

Ainevaldkonna analüüs

Oskused, mida õpiprogrammiga “Protsent” tegeleja peab valdama:

- korrutada ja jagada 10 ja 100-ga;
- arvutada peast 1000 piires lihtsamate arvudega;
- taandada ja teisendada harilikke murde (liigmurrud, lihtmurrud, segaarvud);
- harilike murdudega arvutada (liitmine, lahutamine, korrutamine, jagamine);
- analüüsida mõisteid osa ja tervik;
- hinnata ja võrrelda arvude suurusi (suurem, väiksem, võrdne);
- hinnata tekstis sisalduvat informatsiooni;
- formuleerida küsimusi.

Õpiprogrammi “Protsent” läbinu oskab:

- b) analüüsida protsendi mõistest definitsioonist lähtudes;
- c) määratleda $1/100$ osa suurust tervikust;
- d) hinnata mõisteid veerand, pool ja kolmveerand läbi protsendi definitsiooni;
- e) esitada protsentarvu erinevatel matemaatilistel viisidel (hariliku- ja kümnendmurruna);
- f) esitada harilikke murde ja kümnendmurde protsentarvuna;
- g) luua peast seoseid terviku ja osa vahel;

- h) leida protsenti arvust vastavat arvutuseeskirja kasutades;
- i) leida arvu tema protsendi järgi vastavat arvutuseeskirja kasutades;
- j) leida, mitu protsenti moodustab üks arv teisest vastavat arvutuseeskirja kasutades;
- k) võrrelda omavahel protsentides esitatud suurusi;
- l) analüüsida tekstülesandeid ja rakendada neis sobivaid protsentarvutuse valemeid;
- m) hinnata protsentide kasutamise otstarbekust igapäevaelus;
- n) lahti mõtestada meediast esitatud fakte või graafikuid;
- o) ise koostada ülesandeid, kus on sobiv kasutada protsendis väljendatud suurusi;
- p) võrrelda suuruste muutumist protsentides (hinnad, saagid jne.);
- q) orienteeruda mõistetes laen ja intressimäär;
- r) lahendada intressimäärast ja laenusummast lähtuvaid igapäevaelu ülesandeid;
- s) leida sündmuste esinemise tõenäosust.

Faktid, mida programmi läbinu ja omandanu peab teadma ning valdama:

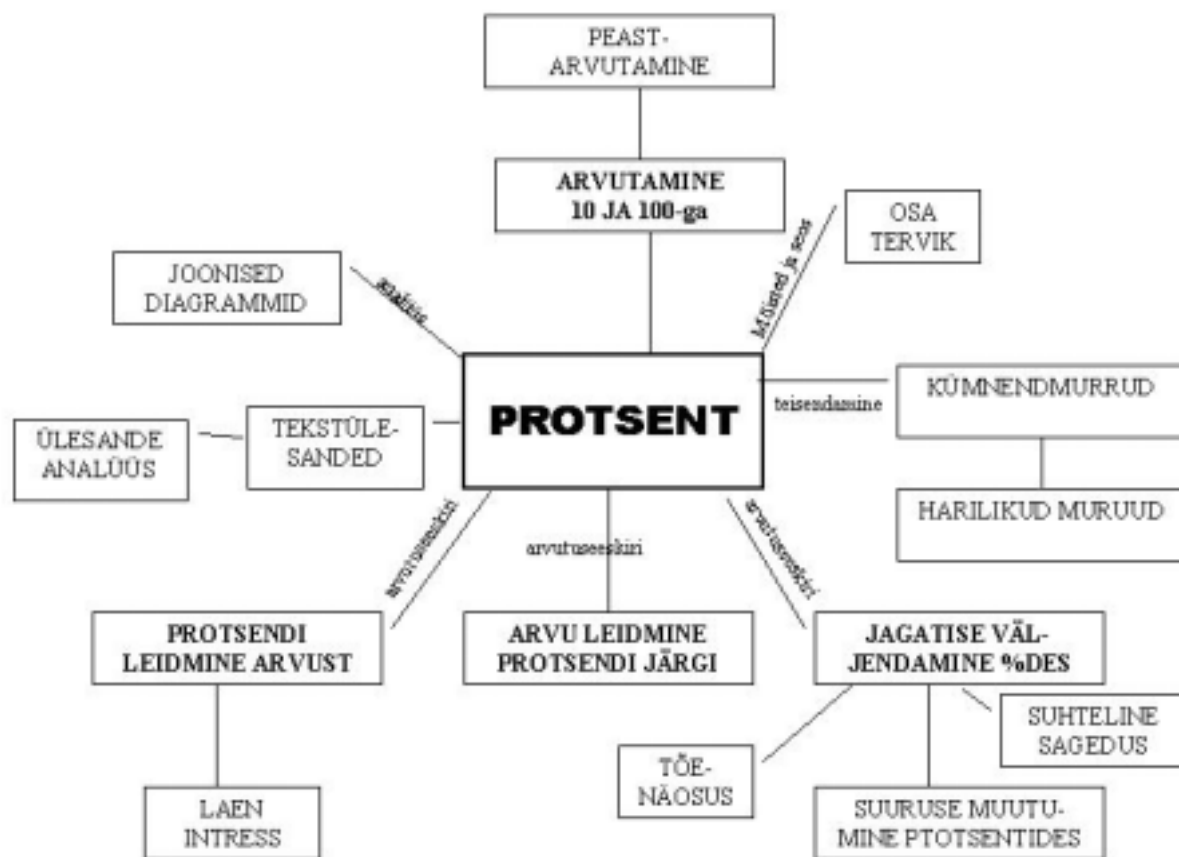
- mida nimetatakse üheks protsendiks;
- mis on laen ja intress ning nende omavahelist seost;
- mis on suhteline sagedus;

Reeglid, millede teadmine ja millede kasutamisoskus tagab tulemusliku aine omandamise:

- a) Kui õpilane oskab jagada arvuga 100, siis ta oskab kiirelt leida ühte osa tervikust ehk omandab “protsendi” mõiste;
- b) Kui õpilane teab osa ja terviku omavahelist seost, siis oskab ta analüüsida tekstülesannetest esitatud andmeid ja neid vastavalt arvutustes kasutada;
- c) Kui õpilane oskab teisendada harilikku murdu kümnendmurruks, siis oskab ta leida ka kahe arvu suhet ning väljendada seda protsentides;
- d) Kui õpilane teab protsendi leidmiseks arvust rakendatavat arvutuseeskirja, siis ta suudab leida laenult saadava intressi suurust;
- e) Kui õpilane teab arvutuseeskirja, kuidas leida arvu tema protsendi järgi, siis ta suudab arvutada terve antud osa järgi;

- f) Kui õpilane teab arvutuseeskirja, kui suure osa moodustab üks arv teisest, siis ta suudab hinnata suuruste muutumist protsentides, leida suhtelist sagedust ja arvutada tõenäosust.

Eeltoodut illustreerib joonisel 2 esitatud mõistekaart.



Joonis 2. Mõistekaart

Struktuur

Järgnevalt on esitatud õpiprogrammi “Protsent” üldine struktuur:

1. Sissejuhatus

1.1. Õpiprogrammi nimetus ja koostaja

1.2. Abi

2. Protsendi mõiste

2.1. arvu jagamine sajakaks võrdseks osaks

2.2. üks sajandik osa

2.3. protsendi mõiste

- 2.4. protsendi tähis
3. Protsendi tõlgendamine ja seos protsentarvu, hariliku murru ning kümnendmurru vahel
 - 3.1. Protsentarvu esitamine murruna ja ümberpöörduvalt:
 - 3.1.1. harilik murd
 - 3.1.2. taandatud murd
 - 3.1.3. kümnendmurd
4. Osa leidmine arvust
 - 4.1. 1% kaudu
 - 4.2. Osamäära kaudu
 - 4.2.1. osamäära mõiste
 - 4.2.2. osamäär hariliku murruna
 - 4.2.3. osamäär kümnendmurruna
5. Arvu leidmine protsendi järgi
 - 5.1. Osamäära esitamine
 - 5.1.1. hariliku murruna
 - 5.1.2. kümnendmurruna
6. Arvu leidmine protsendi järgi
 - 6.1. 1% kaudu (sobiv peastarvutamiseks)
 - 6.2. Osamääraga jagamine (sobib kirjalikul arvutamisel)
 - 6.2.1. osamäär hariliku murruna
 - 6.2.2. osamäär kümnendmurruna
7. Protsentülesannete lahendamine
 - 7.1. ülesande sisuga tutvumine
 - 7.2. lahendusplaani koostamine
 - 7.3. lahendamine
 - 7.4. vastus ülesandes esitatud küsimusele
 - 7.5. lahenduse analüüs
8. Protsendi leidmine arvust
 - 8.1. näiteülesanded koos selgituste ning lahenduskäiguga
 - 8.2. harjutusülesanded koos kontrolliga arvuti poolt
 - 8.3. kontrollülesanded

9. Arvu leidmine protsendi järgi

- 9.1. näiteülesanded koos selgituste ning lahenduskäiguga
- 9.2. harjutusülesanded koos kontrolliga arvuti poolt
- 9.3. kontrollülesanded

10. Jagatise väljendamine protsentides

- 10.1. näiteülesanded koos selgituste ning lahenduskäiguga
- 10.2. harjutusülesanded koos kontrolliga arvuti poolt
- 10.3. kontrollülesanded

11. Suuruse muutumine protsentides

- 11.1. näiteülesanded koos selgituste ning lahenduskäiguga
- 11.2. harjutusülesanded koos kontrolliga arvuti poolt
- 11.3. kontrollülesanded

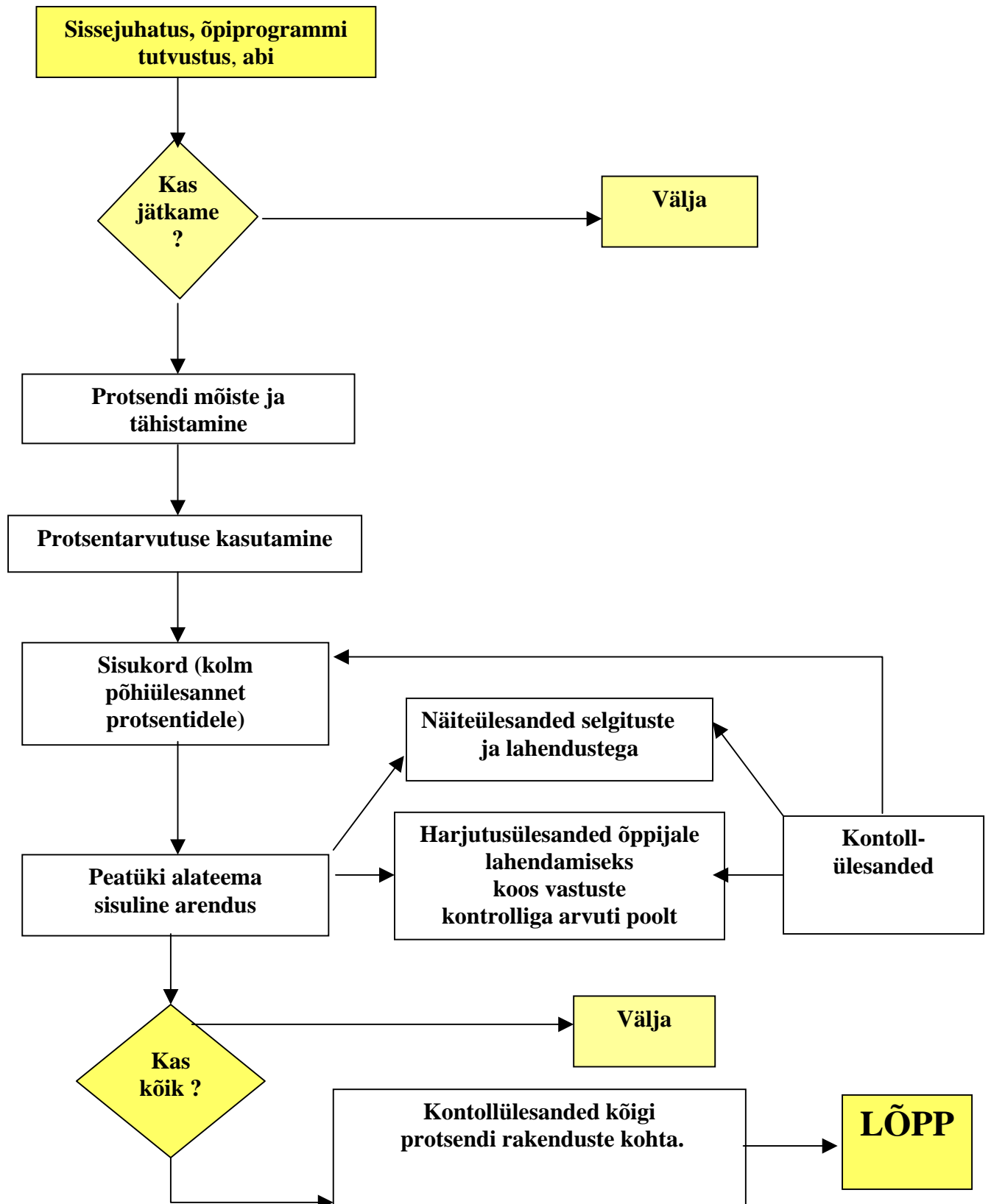
12. Kontrollülesanded kõigile kolmele protsentarvutust nõudvale tüüpülesandele ning suuruse muutumisele protsentides

Õpiprogramm “Protsent” algab sissejuhatava leheküljega, millelt kasutaja leiab õpiprogrammi pealkirja ja koostaja(d). Kui kasutaja soovib edasi töötada, siis satub ta menüüsse, kust saab valida, kas minna edasi teooriaossa, ülesannete juurde, siirduda leheküljele “Abi” või väljuda. “Abi” tutvustab kasutajale erinevaid navigeerimisnuppe ja annab ülevaate, kuidas programmiga töötada.

Teooriaosa toob sisse protsendi definitsiooni ning tähise. Edasi liigub kasutaja õpiprogrammi ossa, kus püütakse avada mõiste “protsent” sisu ning tuuakse ära seosed protsentarvu, hariliku murru ja kümnendmurru vahel. Nüüd jõuab kasutaja protsentülesannete lahendamise juurde. Õpilane satub sisukorda (“Protsendi leidmine arvust”, “Arvu leidmine protsendi järgi”, “Jagatise väljendamine protsentides”, “Suuruste muutumine protsentides”, “Harjutame koos”, “Test harjutamiseks”, “Kontrolltöö”), kust õpilane valib meelepärase ning jõuab näiteülesannete juurde, milles kirjeldatakse ülesannete lahenduskäiku (kuidas tutvuda ülesande sisuga, kuidas koostada lahendusplaani, kuidas jõuda vastuseni, kuidas lahenduskäiku analüüsida, kas oleks võinud lahendada ka teisiti). Edasi saab õpilane harjutusülesanded. Ka harjutusülesannete lahendamise juurest on õpilasel alati võimalus pöörduda uuesti teooriaossa, valikusse “Abi” või väljuda. Harjutusülesanded läbinud, saab õpilane võimaluse sooritada harjutustesti või kontrolltöö, mis sisaldavad erinevaid

protsentaruutusülesandeid. Õpiprogrammi igast osast on õpilasel võimalik tagasi pöörduda peamenüüsse ja sealt teooriaossa.

Joonis 3 illustreerib ülalkirjeldatud strateegilist struktuuri õpiprogrammile “Protsent”.



Joonis 3. Õpiprogrammi “Protsent” strateegiline struktuur

Õpiprogrammi metoodiliste põhimõtete üldkirjeldus

Oluline roll protsentarvutuse tundmaõppimisel on näitlikustamisel.

Mõistete “pool”, “veerand”, “kolmveerand”, “veerand”, “terve”, “kümnnendik”, “viidendik” jne selgitamisel kasutatakse võimalikult palju näitlikustamist. Näiteks ekraanile tuuakse viis koera kujutist, milledest – kasutades animatsiooni - üks eraldatakse. Õpilane saab seejärel teate: “Eraldus üks viidendik osa koertest”.

Mõiste “kümnnendik “ selgitamisel tuuakse ekraanile kümme kassi, millede seast üks eraldatakse. Õpilasele antakse teada, et eraldus üks kümnnendik osa kassidest. Jne.



Samuti kasutatakse näitlikustamist ja illustratsioone ülesannete juures:

Peamenüü Ülesanded Välu

Mari sõi 300 g maasikaid. Maasikad sisaldavad 6% suhkrut. Kui palju sõi Mari magusat?



← →

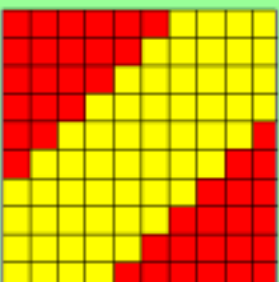
Kasutust leiavad erinevad korrapärsed kujundid, mis on jaotatud võrdseteks osadeks ning need osad erineval viisil värvitud. Õpilasele selgitatakse või esitatakse küsimus, kui suur osa kujundist on värvitud mingit kindlat värvi. Ka 10 x 10 ruudustik ning ruudukeste värvimine on heaks vahendiks mõiste “protsent” sisu selgitamisel ning sisust arusaamise kontrollimisel:

valikud välu

Ülesanded, Kolmas ülesanne Küsimus 3 / 6

← → **Mitu protsenti ruuduketest on värvitud punasteks?**

Salvesta vastus



Protsendi definitsioonini jõutakse probleemülesannete püstituste ning nende lahendusarutluste teel koos õpilasega.

Oluline koht on ülesande lahendusplaani, mis samuti koostatakse samm-sammult igal sammul õpilasele selgitusi ning põhjendusi tuues.

Peamenüü Ülesanded Välu

Selles ülesandes tuleb leida 6% 300 grammist. See tähendab, et 100% - le vastab tervikuna 300 grammi ja vaja on teada, mitu grammi vastab 6%-le. Osamäär on antud protsentides. Selle arvu võime kirjutada nii hariliku murru kui kümnendmurru kujul:

$$6\% = \frac{6}{100} = 0.06.$$

Seega võime öelda ka nii, et vaja on leida $\frac{6}{100}$ 300-st ehk 0,06 300-st:

$$\frac{6}{100} \times 300 = 18$$

ehk

$$0,06 \times 300 = 18$$

Seega: Mari sõi 18 grammi magusat.

Kui õpilane asub harjutusülesannete juurde, saab ta - kohese tagasisidena - kommentaare ja juhiseid igal lahendusetapil.

Õpiprogrammi teatud osad (teooriaosa, lahendusplaani koostamine ja lahenduse analüüsimine, protsentülesande põhitüübid jms) tuleb õpilasel läbida järjestikuliselt, et vältida õppematerjali pealiskaudset “lehitsemist” ning õpilast vähem köitvate alateemade eiramist õppija poolt (näiteks, oluline on, et õpilane saaks selgeks lahendusplaani koostamise ja lahenduskäigu analüüsimise enne, kui ta asub harjutusülesannete lahendamise juurde).

Kui õppija on oma teadmistes ja ülesannete lahendusoskuses kindel, võib ta asuda sooritama harjutustesti (“Test harjutamiseks”) või kontrolltööd (“Kontrolltöö”).

Harjutustestis saab õpilane, tagasisidena, koheselt kommentaari sisestatud lahenduse kohta. Kui see oli vale, on õpilasel võimalus ülesannet lahendada seni, kuni on jõutud õige tulemuseni:



Kontrolltöö sooritamiseks kasutab õpiprogramm esmalt õpilase autentimist:



Õpiprogramm võimaldab õpilaste lahendustulemusi lugeda tulemuste-faili, mis on kättesaadav vaid õpetajale. Nii harjutava testi kui ka kontrolltöö tulemused on aga kohe selts – pärast ülesannete lahendamist – nähtavad ka õpilasele:



Eelpool kirjeldatud meetoodilised põhimõtted taotleavad huvi äratamist aine ning teema “Protsent” vastu ja seeläbi protsentarvutuse kindlamat omandamist. Näitlikustamine ja animatsioonid peaksid aitama mõiste “protsent” sisust aru saada ka nõrgematel õpilastel. Kohene tagasiside peaks huvi äratama harjutusülesannete ning kontrollülesannete lahendamise vastu kinnistades seeläbi protsentarvutust nõudvate ülesannete lahendamisoskust.

2.3 Kavandatava evalvatsiooni kirjeldus

Iga loodud õpiprogramm vajab testimist ning hinnanguid erinevate huvigruppide poolt.

Kavandatava testimise eesmärgid:

- selgitada õpiprogrammi eeliseid klassikaliste õppemeetodite ees;
- hinnata õpiprogrammi efektiivsust ja kasutajasõbralikkust;
- hinnata näidisülesannete esituse piisavust ja eakohasust;
- hinnata õppeülesannete lahendamise piisavust ja jõukohasust;
- hinnata programmi vastavust õppekavale ja õpetajate vajadustele;
- hinnata programmi vastavust oodatavatele õpitulemustele.

Taotluseks on saada tagasisidet valmistatud õpiprogrammi sobivusest reaalsele kasutajale, leida puudujääke ning neid parandada. Testimist tuleks teha kahest aspektist lähtuvalt: kindla jooksul omandatud õpitulemuste kontroll ja vabalt õpilaste valmisolekust lähtuv tulemuste kontroll (siis võrreldakse ka omandamiseks kulunud aega). Küsimustik on paberkandjal ja täidetakse katserühma poolt peale programmiga tutvumist ja töötamist.

Käesolevat õpiprogrammi testitakse :

- põhikooli õpilastega (erinevad klassid-grupid õpivad erinevalt: arvutil, tavameetoditega, umbes 3*15 õpilast);
- matemaatika õpetajatega (5 õpetajat-eksperti);
- üleriigilise matemaatika ainenõukogu liikmetega ;
- üleriigilise infotehnoloogias ainenõukogu liikmetega.

Käesolevat õpiprogrammi peaksid analüüsima ka erinevad matemaatikaõpetajad, et koguda nende arvamusi :

- programmi töö otstarbekusest ja järjepidevusest;
- õpetatavate materjalide sobivusest ja ülesannete lahendamise meetoodika sobivusest;
- ülesannete sobivust teema kinnistamiseks;

- testide raskusastmete sobivusest oodatavate õpitulemuste kontrollimisel.

Käesolevat õpiprogrammi tuleks analüüsida Riiklikul eksami- ja kvalifikatsiooni keskusel ja koguda nende arvamusi:

- programmi sisu vastavusest riiklikule õppekavale;
- programmi vahendusel edastatava info vastavust vanusele ja õppemetoodikale;
- ülesannete sobivust teema kinnistamiseks;
- testide raskusastmete sobivusest oodatavate õpitulemuste kontrollimisel.

Lisa 1 kirjeldab kavandatavat küsimustiku vormi tagasiside saamiseks ning õpiprogrammi “Protsent” testimiseks.

Eeldatavasti omandavad need õpilased, kes kasutasid õppimiseks õpiprogrammi “Protsent” käsitletavat teemat kiiremini ja kinnistatumalt, sest neil on võimalus:

- teadmisi omandada iseseisvalt;
- jõuda ise lihtsamatelt mõistetelt keerulisemateni;
- õpiprogrammi teatud osi läbida järjestikuliselt;
- reguleerida ise oma töö tempot;
- pöörduda alati tagasi programmi selle osa juurde, mis jäi selgusetuks või mis vajab veel kord läbi lugemist ja meeldetuletamist. Et enamikul inimestest on nägemismälu, siis aitab teadmisi omandada rikkalik näitlikustamine läbi illustratsioonide ja animatsioonide;
- enne kontrollülesannete juurde asumist, piisavalt kaua harjutada;
- tutvuda näiteülesannetega ning toodud lahenduskäikudega;
- harjutada ülesannete lahendamist koos arvuti poolt antud näpunäidetega;
- saada tagasisidet koheselt:
 - positiivseid ja julgustavaid märkusi, mis innustavad programmi läbima;
 - hinnanguid ülesannetele leitud lahendustele;
 - lahendustulemusi läbitud testi või kontrolltöö kohta.

KOKKUVÕTE

Käesolev magistritöö käsitles protsentarvutust kui olulist matemaatika ainekava osa Riiklikus õppekavas ja protsentarvutuse õpetamisega seotud probleeme ning pakkus ühe võimaliku lahendusena protsentarvutuse õpetamise tõhustamiseks multimeediumi vahenditel põhineva õpiprogrammi loomist.

Põhikooli ja gümnaasiumi riiklik õppekava kohustab põhikooli lõpetajale andma kindlad, protsentarvutust puudutavad, ainevaldkonnapädevused:

Põhikooli lõpetaja teab ja tunneb: protsendi mõistet, oskab: lahendada protsentülesannete põhitüüpe.

Magistritöös toodud riiklike tasemetööde ja põhikooli lõpueksamite tulemuste analüüs aga näitas, et Eesti koolides on õpilased protsendi mõiste ja protsentülesannete lahendamise omandanud suhteliselt nõrgalt. Protsentarvutust käsitlevate teemade nõrk omandatus Eesti koolide õpilaste poolt leidis kinnitust Haridusministeeriumist pärineva statistika, aga ka tegevõpetajate hinnangute põhjal. Sellest tulenes ka käesoleva magistritöö vajadus ja eesmärk: *On vaja teadvustada protsentarvutust käsitlevate teemade nõrk omandatus Eesti koolide õpilaste poolt ning leida võimalus protsentarvutuse õpetamist tõhustada infotehnoloogia vahendite ja protsentarvutust käsitleva, multimeediumi vahenditel tugineva, õpiprogrammi loomise abil.*

Magistritöö analüüsis erinevaid protsentarvutuse õpetamist käsitlevaid meetodikaid nii Eesti kui välismetoodikute poolt kirjapanduna. Selgus, et välisautorite meetodilistes nõuannetes torkab silma soovitus enam rõhutada protsentarvutuse elulähedust, tuua hulgaliselt näiteid koos ülesandepüstituste ning nende lahendustega protsendi kasutusvõimalustest igapäevaelus. Sageli on pandud õpilane ise- vastates suunavatele küsimustele- probleemülesandeid lahendama ning jõudma iseseisvalt teoreetiliste järeldusteni. Suur rõhk on näitlikustamisel ja visuaalse mälu ärakasutamisel. Eesti meetodikud seevastu panevad pearõhu pikkadele teoreetilistele selgitustele ja ülesannete tüüpide ning tüüplahenduste äratundmisele.

Erinevate - nii Eesti kui välisautorite - õpikute analüüs näitas, et välisautorite õpikutes on väga palju kasutatud näitlikustamist ja õppija nägemismälule suunatud efekte.

Näiteülesannete ja ka õpilasele pakutud ülesannete puhul torkab silma nende elulähedus. Mujal kasutusel olevates õpikutes on ka (võrreldes Eestis kasutusel olevate õpikutega) enam protsentarvutusülesandeid peast lahendamiseks.

Seda kõike peaksid eeskujuks võtma ka Eesti õpikukirjutajad ning samuti püüab taolisi meetodilisi lähenemisi kasutada loodav õpiprogramm "Protsent", mille üks lõik on näidisenäidena toodud käesoleva magistritöö lisas.

Magistritöö "Protsentarvutuse õpitarkvara põhikoolile" näol on tegemist esimese eestikeelse protsentarvutuse õpetamisega seotud probleeme, erinevaid meetodikaid ning meetodikate realiseerimist - erinevates kooliõpikutes - analüüsiva tööga. Analüüsi põhjal võib välja tuua alljärgnevad järeldused:

- Protsent ja protsentarvutus on Eesti koolides läbi aastate olnud nõrgemini omandatud teema;
- Eesti meetodikud panevad, protsentarvutuse õpetamise meetodikat käsitledes, pearõhu pikkadele teoreetilistele selgitustele ja ülesannete tüüpide ning tüüplahenduste äratundmisele, lahenduseeskirjade päheõppimisele;
- Eestis kasutusel olevates õpikutes on vähe elulähedasi ülesandeid, õpilast suunatakse harva iseseisvatele arutlustele ning seeläbi teoreetiliste järelduste tegemisele, illustratsioonide ning näitlikustamist kasutatakse minimaalselt.

Eelnenud järeldustest tuleneb ettepanek:

Lua protsentarvutuse õpetamiseks-õppimiseks mõeldud õpiprogramm, mis toetab Eestis kasutusel olevaid õpikuid näitlikustamise, illustratsioonide, elulähedaste näite- ja harjutusülesannete ning õpilasi iseseisvatele arutlustele suunavate probleemipüstitustega.

Sellise õpiprogrammi põhimõtteline struktuur ja meetodiline kontseptsioon ongi käesolevas magistritöös välja töötatud.

SUMMARY

Due to the Tiger Leap Programme and the joint projects of the Tiger Leap Foundation and local governments, Estonian municipal schools, as well as state schools are quite well equipped with computers and other ICT-related hardware. Computers have also reached many students' homes. Thus good conditions to teach using modern teaching methods have been created. At the same time there is shortage of software in the native language. One can naturally find various study software in foreign languages on the Internet, but its usage in Estonian schools is hindered by a language barrier.

The study material on the Internet and the used approach to topics also rarely corresponds with the national curriculum, established for Estonian schools.

The present master thesis ("Studyprogram on ration and percentage for lower secondary school") deals with percentage calculation as an essential part of mathematics curriculum in the national curriculum and aims at designing a study program in the Estonian language to make teaching percentage calculation more effective.

The paper consists of an introduction, two chapters, a conclusion and an appendix.

The subdivision 1.1 of Chapter 1 ("Percentage Calculation as a part of Mathematics Curriculum") states the aims the National Curriculum of the Basic and Upper Secondary Schools sets for schools in connection with percentage calculation. Subdivision 1.2 analyses and compares different methodological approaches to percentage calculation. Subdivision 1.3 surveys how the methodological ideas of teaching percentage calculation have been carried out in different school textbooks presently in use at home and abroad.

Subdivision 2.1 of Chapter 2 ("A Study Program for Training Percentage Calculation") treats of the role and opportunities of information technology in mathematics education and certain web materials which can be used in mathematics teaching already now. Subdivision 2.2 provides the general description of the study program „Percentage“, including an analysis of the target group, an analysis of the domain, the strategic structure and tactics of the program and the technical description of the study program. Subdivision 2.3 describes the planned evaluation.

Appendix 1 presents an introductory paragraph of the study program „Percentage“, written on a CD.

The analysis of the results of national placement tests and final examinations of basic school, given in the master thesis, showed that despite the firm position of percentage calculation in the national curriculum, the students of Estonian schools have acquired the concept of the percentage and doing percentage exercises relatively weekly. The need for and the purpose of the present master thesis also proceeded from this: *It is necessary to realize the weak acquirement of the topics treating percentage calculation by the students of Estonian schools and find an opportunity to intensify teaching percentage calculation with the help of multimedia facilities and creating a study program treating of percentage calculation, based on multimedia facilities.*

Weak acquirement of percentage calculation related topics by the students of Estonian schools was confirmed by statistics originating from the Ministry of Education, as well as by the judgments of actual teachers.

The master thesis analyses different methods for teaching percentage calculation recorded by both Estonian and foreign methodologists. It appears that the methodological advice of foreign authors is conspicuous by a recommendation to emphasize more the percentage calculation's closeness to actual life, give numerous examples together with setting problems and their solutions of percentage using possibilities in everyday life. Frequently the learner himself has been made – answering to guiding questions – to solve problem tasks and arrive independently at theoretical conclusions. Great emphasis is on visualization and using visual memory. The Estonian methodicians, on the other hand, lay the main emphasis on long theoretical explanations and recognizing task types and typical solutions.

The analysis of different textbooks in use – both by Estonian and foreign authors – shows that the foreign authors use very much visualization and effects pointed at the learner's visual memory.

Example tasks, as well as tasks offered to students, strike by being close to life. The textbooks used elsewhere, in comparison with the textbooks used in Estonia, also have more percentage calculation tasks for mental arithmetic.

The master thesis „The Concept of Percentage and Percentage Calculation“ is the first Estonian paper analyzing problems concerning percentage calculation, different methodologies and carrying them into effect in different school textbooks. The analysis yields the following conclusions:

- Percentage and percentage calculation have been one of the more weekly acquired topics in Estonian schools through years;
- While treating of percentage calculation teaching methods, Estonian methodologists lay the main emphasis on long theoretical explanations and recognizing task types and typical solutions; learning the solving rules by the heart;
- The textbooks used in Estonia have few tasks close to life, the learner is seldom guided to independent discussions and reaching thereby theoretical conclusions; illustrations and visualization are used minimally.

The previous conclusions result in a suggestion:

To design a study program for teaching-studying percentage calculation which will support the textbooks used in Estonia with visualization, examples and practice tasks close to life and with setting problems guiding learners to independent discussions.

KASUTATUD KIRJANDUSE LOETELU

ALVIN, I., ANDERBERG, B., KARLSSON, S. 1992. *Megamatematik, Lärbok äk 7*. Värnamo: Fälths Trycery.

BILLSTEIN, R., LIBESKIND, S., LOTT, J.W. 1990. *A problem Solving Approach to mathematics for Elementary School Teachers*. Redwood City: The Benjamin/Cummings Publishing Company.

BRADIS, V. 1957. *Matemaatika õpetamise metoodika keskkoolis*. Tallinn: Eesti Riiklik Kirjastus.

COLLINS, S. 2000. *Percent (For students, parents and teachers)*. Eugene: Carlic Press.

DEVINE, D. E., OLSON, J., OLSON, M. 1991. *Elementary mathematics for teachers*. Ottawa: John Wiley & Sons.

EICHOLZ, R., E., O'DAFFER, P., G., CHARLES, R. 1991. *Mathematics, Grade 6*. Detroit: Addison-Wesley Publishing Company.

JUKK, H., LEPMANN, T. 6. klassi tasemetöö matemaatikast. – *Tasemetööd 2002*. Tallinn: Haridusministeerium, 2002, lk 99-110.

KAASIK, K., CIBULSKAITE, N., STRICKIENE, M. 2002. *Matemaatika 6. klassile*. Tallinn: Avita.

KAUGE, A. 6. klassi tasemetöö matemaatikast. – *Tasemetööd 1997*. Tallinn: Haridusministeerium, 1998, lk 30-38.

LEPMANN, L., KAASIK, K. 2002. *Väike metoodikaraamat II kooliastme matemaatikaõpetajale*. Tallinn: Avita.

LEPMANN, T. 6. klassi tasemetöö matemaatikast. – *Tasemetööd 1999*. Tallinn: Haridusministeerium, 1999, lk 78-86.

LEPMANN, T. 6. klassi tasemetöö matemaatikast. – *Tasemetööd 2000*. Tallinn: Haridusministeerium, 2000, lk 87-101.

LEPMANN, T. 6. klassi tasemetöö matemaatikast. – *Tasemetööd 2001*. Tallinn: Haridusministeerium, 2001, lk 105-118.

LIND, A. 2003. *Valmistu TIMSS-testiks. Testivihik põhikoolile*. Tallinn: AS Bit.

- NICHOLS, E. D., EDWARDS, M., L., GARLAND, E., H. 1986. *Holt Algebra 1*. Florida: Holt, Reinhart and Winston Publishers.
- PAIS, E. 2002. *Matemaatika 7. klassile, I raamat*. Tallinn: Avita.
- PENTTILÄ, T., SIMOLIN, I., LYYTINEN, P. 1986. *Matematiikka 6*. Espoo: Amer-yhtymä Oy Weilin+Göös kirjapaino.
- PRANK, R. Tiigrihüpe – olukorrast ja plaanidest õpitarkvara alal. - *Õpetajate Leht*. 1997, 11. 04.
- PROCHNOV, D., THIES, W. 1964. *Vorbereitende Übungen zur Einführung der Prozentrechnung*. Berlin: Volk und Wissen Volkseigener Verlag.
- Põhikooli ja gümnaasiumi riiklik õppekava, *Riigi Teataja*: I 2002, 20, 116.
- SUTER, A. D. 2000. *The Meaning of Percent*. Lincolnwood: NTC/Contemporary Publishing Group.
- TELGMAA, A. Lõpueksam matemaatikast. - *Põhikooli lõpueksamid 1999, põhimõtted aastaks 2000*. Tallinn: Haridusministeerium, 1999, lk 22-39.
- TELGMAA, A. Lõpueksam matemaatikast. - *Põhikooli lõpueksamid 2000, põhimõtted aastaks 2001*. Tallinn: Haridusministeerium, 2000, lk 31-44.
- TELGMAA, A., ARIVA, K. 1976. *Matemaatika õpetamisest 5. klassis*. Tallinn: Eesti NSV Haridusministeerium.
- TELGMAA, A., NURK, E. 2002. *Matemaatika 6. klassile, I osa*. Tallinn: Koolibri.
- TŠEKMARJOV, J., SNIGIRJOV, V. 1952. *Aritmeetika õpetamise metoodika*. Tallinn: Eesti Riiklik Kirjastus.
- TÕNISSON, E. 1999. Infotehnoloogia matemaatikakoolituses. - *Koolimatemaatika XXVI*. Tartu: Tartu Ülikool.
- TÕNSO, T. 2002. *Matemaatika 7. klassile*. Tallinn: Mathema.
- TÕNSO, T. Uuest 7. klassi matemaatikaõpikust. - *Õpetajate Heht*. 2002, 01.03.
- UUDELEPP, H. Lõpueksam matemaatikast. - *Põhikooli lõpueksamid 2001, põhimõtted aastaks 2001*. Tallinn: Haridusministeerium, 2002, lk 39-51.
- VEELMAA, R. Matemaatika õpetamisest põhikoolis arvuti abil. - *Koolimatemaatika XXVI*. Tartu: Tartu Ülikool, 1999.

Kavandatav küsimustik

Lisa 1

Kavandatava küsimustiku näidisvorm

Valdkond	Kellele	Küsimused	Meetodid
Programmi abil oodatavate õpitulemuseni jõudmine	Õpilased	1. Õppeteksti sisu oli... 2. Mõistete selgituseks lisatud näidisülesandeid oli 3. Juhendid iseseisvaks ülesande lahendamiseks olid ... 4. Õppeülesanded olid 5. Ülesandeid lahendamiseks olid....	Valikvastustega küsimused
	Õpetajad	Samad küsimused mis õpilastele Läbitud teemade valdkond oli.....	Valikvastused erinevad õpilastest + arvamuse avaldamise võimalus
	Ainesektsioon ja eksamikeskus	1. Programmi vastavus riiklikule õppekavale on..... 2. Programm saavutab õppekavas fikseeritud pädevused	Valikvastustega küsimused + arvamuse avaldamise võimalus
Programmi tehniline teostus (navigatsioon)	Õpilased	3. Programmi läbitavus oli..... 4. Programmis kasutatud töövahendid olid	Valikvastustega küsimused

	Õpetajad	<ol style="list-style-type: none"> 1. Programmi struktuur oli.... 2. Programmis kasutatud töövahendid olid 3. Liikumine erinevate õppeteemade vahel oli.... 	Valikvastustega küsimused + arvamuse avaldamise võimalus
	Ainesektsioon jaksamikeskus	Samad küsimused, mis õpilastele	Valikvastustega küsimused + arvamuse avaldamise võimalus
Programmi disainielemendid	Õpilased	<ol style="list-style-type: none"> 1. Pakutavad videoklipid olid 2. Pakutavad animatsioonid olid.... 3. Pakutavad värvilahendused olid..... 4. Kirjastiili loetavus oli 5. Reeglite-mõistete eristamine oli.... 	Valikvastustega küsimused
	Õpetajad	Samad küsimused + lisaküsimused 1. Õpilaste tähelepanu	Valikvastustega küsimused + arvamuse avaldamise võimalus
	Ainesektsioon jaksamikeskus	Samad küsimused + lisaküsimused	Valikvastustega küsimused + arvamuse avaldamise võimalus

Näidisküsimused ja – valikvastused kavandatavale küsimustikule:

1. Õppeteksti sisu oli...
 - a) Kergesti mõistetav
 - b) Raskesti mõistetav
 - c) Ei saanud aru
 - d) Mitte alati kergesti mõistetav

2. Mõistete selgituseks lisatud näidisülesanded olid
 - a) Hästi selgitatud
 - b) Keerulise sõnastusega
 - c) Liiga palju

3. Näidisülesandeid oli...
 - a) Piisavas koguses
 - b) Liiga vähe
 - c) Natuke palju

4. Juhendid iseseisvaks ülesande lahendamiseks olid ...
 - a) Kergesti mõistetav
 - b) Raskesti mõistetav
 - c) Ei saanud aru
 - d) Mitte alati kergesti mõistetav

5. Õppeülesanded olid
 - a) Kergesti mõistetav
 - b) Raskesti mõistetav
 - c) Ei saanud aru
 - d) Mitte alati kergesti mõistetav

6. Ülesandeid lahendamiseks olid....
 - a) Piisavas koguses
 - b) Liiga vähe
 - c) Natuke palju

Õpiprogrammi “Protsent” prototüüp

Lisa 2