

Seminar II: Mitmemõõtmeline dispersioonanalüüs (MANOVA)

Õppejõud: Katrin Niglas
PhD, dotsent
informaatika instituut



Statistilise olulisustesti põhisammud:

E I: Analüüsisin olemasolevaid andmeid kirjeldava statistika meetodite abil ning leidsin midagi „huvitavat“ (nt. erinevuse või seose jne)

E II: Tekkis küsimus: „Kas võib üldistada?“

$\bar{U} \rightarrow V \rightarrow \bar{U}$ (v eksperimentaalne disain)

I. **Õige olulisustesti valik** (lähtuvalt probleemist ja andmetüübist)

II. **Valitud olulisustesti eelduste kontroll:**

ei 
jah 

III. **Hüüpoteesid:** sisukas hüüpotees H_1 :
nullhüüpotees H_0 :

Olulisuse nivoo α

(„Kui väike peab olema H_0 kehtimise tõenäosus, et me võiks ilma suurema riskita ta mittekehtivaks tunnistada?“)

IV. **Arvutused**

eesmärgiks hinnata H_0 kehtimise tõenäosust p

(„Kui suur on tõenäosus, et olukorras, kus H_0 kehtib, tekkis valmis olnud erinevus v seos juhuse tõttu?“)

($p = Sig = olulisuse\ tõenäosus$)

V. **Otsus tulemuse kohta:**

$p > \alpha$ H_0 jääb kehtima - statistiliselt mitte oluline (ei üldista)

$p \leq \alpha$ H_1 tõestatud - statistiliselt oluline (võib üldistada)

VI. **Järelduse sõnastamine**

MANOVA

- Rohkem kui ühe tunnuse keskmiste võrdlemine ühe või mitme grupeeriva tunnuse lõikes
- Mitu sõltuvat tunnust (arvtunnused) /tähist: DV/
- Üks või mitu sõltumatut tunnust ehk faktorit/faktortunnust /tähist: IV/ (objekte gruppidesse jagavad tunnused ehk tunnused, millel on 2 või enam selgesti eristuvat taset st väärtust)
 - ⇒ faktoriaalne MANOVA
- ANOVA edasiarendus, kus testitakse sõltumatute tunnuste e faktorite mõju sõltuvate tunnuste kombinatsioonile
- Arendatud eksperimentaalsete uuringute jaoks (rakendatav ka mujal)



MANOVA – lihtne näide

- **Ekspereiment:**
katseisikuteks on 30 sundkäitumise sündroomiga patsienti
- Sundkäitumise sündroom väljendub sundmõtete mõtlemises ja sundtegevuste sooritamises (mida eksperimendis teatud raviga püütakse vähendada)
 - ⇒ kaks sõltuvat tunnust "mõtted" ja "tegevused"
- Kaks erinevat raviviisi, mille mõju patsientidele tahetakse uurida. Eksperimendis jagatakse patsiendid kolme rühma:
 1. käitumuslik lähenemine
 2. kognitiiv-käitumuslik lähenemine
 3. kontrollgrupp / ilma ravita
 - ⇒ üks sõltumatu tunnus e kolme tasemega mõjutav faktor



MANOVA

- Koostatakse uus DV, mis on algsete DV-de selline lineaarkombinatsioon, mis eristab IV-de poolt määratud grupe võimalikult hästi /nimetatakse vahest **diskriminatfuntsiooniks**/
- Faktoriaalsete disainide puhul koostatakse iga IV peamõju ja koosmõju jaoks eraldi DV-de kõige sobivamad st grupe kõige paremini eristavad lineaarkombinatsioonid
- Testitakse: Kas kombineeritud DV keskvaartuse erinevused gruppide vahel võivad olla tingitud juhusest?

PS! IV-de mõju algsetele sõltuvatele tunnustele eraldi ei vaadelda!

Miks eelistada MANOVA't (mitmele) ANOVA'le

- Mitu DV-d => suurem (ja suhteliselt odav) võimalus leida erinevusi gruppide vahel st leida see aspekt, mida IV-d ehk faktorid (oluliselt) mõjutavad
- Nähtused, mille puhul on raske määratleda, mis on täpsem indikaator
- Väiksem oht teha I liiki viga (põhimõtteliselt sama loogika, miks teha ANOVA ja mitte mitut t-testi)
- Latentsed ehk peidetud tunnused => teatud tingimustel, mis siiski tihti ei esine, võib juhtuda, et kombineeritud tunnusele on efekt, aga alg tunnustele mitte st MANOVA näitab erinevusi, aga ANOVA'd mitte

PS! MANOVA kasutamiseks peaks DV'd olema kontseptuaalselt seotud!

MANOVA – eeldused

- **Sõltuvad tunnused:** arvtunnused (st praktikas võrdsete vahedega skaala)
- Tundlik ekstreemsete väärtuste suhtes
- Sõltuvad tunnused võiks olla mõõdukalt ja lineaarselt korreleeritud (mittetäidetuse puhul madal võimsus, sest DV'de lineaarkombinatsioon ei maksimeeri gruppide eraldamist)
- **Sõltumatu(d) tunnus(ed):** väheste väärtustega nn grupeeriv(ad) tunnus(ed)
(NB! Sõltumatute ja sõltuvate gruppide/valimite jaoks eraldi testid!)
- **Valimi suurus:** igas grupis rohkem objekte kui on sõltuvaid tunnuseid (mittetäidetuse korral madal võimsus ning hajuvust puudutava eelduse täidetuse kontroll mittekorrektne)

MANOVA – eeldused

- **Normaaljaotus**
Suhteliselt robustne mõõdukate kõrvalekallete suhtes
(v.a ekstreemsetest väärtuste tingitud kõrvalekalded)
PS! Kui valimite suurus üle 20 siis tavaliselt selle eelduse suhtes robustne
- **Gruppide hajuvuste võrdsus**
MANOVA puhul dispersioonide ja kovariatsioonimaatriksite võrdsus!

Testimiseks: **Box's M Test**

Kui gruppide suurused on võrdsed, siis peetakse MANOVA teste robustseteks selle eelduse suhtes (st Box'i testi võib ignoreerida).
Kui gruppide suurused ei ole võrdsed ning Box'i $M < 0,001$, siis ei ole testide/üldistuste korrektsus tagatud.

MANOVA – hüpoteeside püstitus

- Hüpoteesid analoogsed ANOVA'le (algse sõltuva tunnuse asemel võrreldakse kombineeritud tunnuse keskväärtusi).
- Kui faktoriaalne disain, siis testitakse rohkem kui ühte hüpoteeside paari (iga peamõju ja iga koosmõju kohta eraldi)!
- **Nullhüpoteesid:**
Erinevused üldkogumis /vastavate/ gruppide keskväärtuste vahel puuduvad
- **Peamõju kirjeldavate testide sisukas hüpotees:**
Vähemalt ühel /vastava/ faktori tasemel e ühel /antud/ tunnuse poolt moodustunud grupil on üldkogumis teistest erinev keskväärtus ehk antud faktor e tunnus mõjutab tulemust (on tulemusega seotud)



MANOVA – hüpoteeside püstitus

- **Koosmõju kirjeldavate testide sisukas hüpotees:**
Vähemalt ühe /antud/ faktorite tasemekombinatsioonide paari korral on keskmiste erinevus gruppide vahel teistest paaridevahelistest keskmiste erinevustest üldkogumis erinev ehk ühe faktori efekt/mõju tulemusele sõltub teise faktori tasemetest ehk ühe faktori efekt/mõju tulemusele on teise faktori poolt moodustatud gruppides erinev

NB! Faktor = sõltumatu tunnus

faktori tase = sõltumatu tunnuse väärtus = üks võrreldav grupp

PS! Koosmõju on statistilises mõttes sümmeetriline!



MANOVA – testid hüpoteeside kontrollimiseks

Pakutakse nelja testi F-statistiku ja selle stat. olulisuse hindamiseks:

- Pillai-Bartlett Trace
- Hotelling's T²
- Wilks' Lambda
- Roy's largest root

- Kui faktoril on ainult 2 taset/gruppi (st $df=1$) annavad kõik sama F-i
- Kui gruppe on rohkem (st $df>1$) siis F erinev, kuid stat. olulisuse osas tavaliselt sama tulemus
- R maksimeerib esimese grupi erinevuse teiste suhtes, ülejäänud püüavad leida lahendi, mis maksimeerib erinevused summaarselt
- Kõige levinum Wilks' Lambda
- W, H ja R on võimsamad, kuid P on eeldustest kõrvalekallete suhtes robustsem st väikeste ja mitte võrdsete hajuvustega gruppide korral P!



MANOVA – järeltestid I

Kui põhitestidega on leitud mõne faktori statistiliselt oluline peamõju või faktorite koosmõju kombineeritud sõltuvale tunnusele, siis tekivad täiendavad küsimused:

I. Kui tugev on vastav mõju?

- ... kui suure osa kombineeritud DV variatiivsusest kirjeldab vastav faktor või faktorite koosmõju?
- Effect size => partial Eta Squared (osalise eta ruut) => tõlgendatav kirjeldusmäärana protsentides



MANOVA – järeltestid II

Kui põhitestidega on leitud mõne faktori peamõju või faktorite koosmõju kombineeritud sõltuvale tunnusele, siis:

II. Kas ja milliste algsete DV'de jaoks on see mõju statistiliselt oluline?

- Kõige sagedamini kasutatakse ühemõõtmelisi ANOVA'sid (NB! Eriti sobiv kui DV'd on suhteliselt nõrgalt korreleeritud)
- Kui DV'd on tugevalt korreleeritud, siis võiks kasutada Roy-Bergmanni *stepdown* analüüsi.
Idee: DV'd seatakse teoreetilistest kaalutlustest lähtuvalt prioriteetsuse järjekorda; mõju kõige kõrgema prioriteediga DV'le testitakse ANOVA'ga, ülejäänud DV'dele aga järjestikustes ANCOVA'des, kus kõrgema prioriteediga DV'd võetakse mudelisse kui kovariandid ja vaadatakse, kas uus DV lisab midagi juba testitud DV'de kombinatsioonile.

MANOVA – järeltestid III

Kui põhitestidega on leitud mõne rohkem kui kahte taset/gruppi eristava faktori peamõju või faktorite koosmõju, siis:

III. Milliste gruppide vahel on olulised erinevused?

SPSS'is palju erinevaid võimalusi paariviisilisteks võrdlusteks (iga DV jaoks tehakse analüüs eraldi):

- **Marginal means** – grupe kirjeldavad arvnäitajad, gruppide paariviisilised võrdlused (Bonferroni, Sidak) ja ühemõõtmelised olulisustestid
- **Post hoc tests** – palju erinevaid paariviisilise võrdluse teste; levinuimad: Bonferroni, Tukey ja Scheffe
- **Contrasts** – erinevused gruppide vahel võivad osutada st.oluliseks ka siis, kui ühemõõtmelised testid st.olulisust ei näita

MANOVA – järeltestid IV

MANOVA on pööratud diskriminantanalüüs (ja vastupidi)

MANOVA:

mitu arvtunnust DV'ks \leq üks või enam grupeerivat tunnust IV'ks

Diskriminantanalüüs:

üks või enam grupeerivat tunnust DV'ks \leq mitu arvtunnust IV'ks

Idee: mudelis olevate tunnuste vaheliste seoste detailsemaks analüüsiks arvutatakse nii MANOVA kui diskriminantanalüüsi tulemused



Statistilise olulisustesti põhisammud:

E I: Analüüsisin olemasolevaid andmeid kirjeldava statistika meetodite abil ning leidsin midagi „huvitavat“ (nt. erinevuse või seose jne)

E II: Tekkis küsimus: „Kas võib üldistada?“

$\bar{U} \rightarrow V \rightarrow \bar{U}$ (v eksperimentaalne disain)

I. **Õige olulisustesti valik** (lähtuvalt probleemist ja andmetüübist)

II. **Valitud olulisustesti eelduste kontroll:**

ei 
jah 

III. **Hüüpoteesid:** sisukas hüüpotees H_1 :
nullhüüpotees H_0 :

Olulisuse nivoo α

(„Kui väike peab olema H_0 kehtimise tõenäosus, et me võiks ilma suurema riskita ta mittekehtivaks tunnistada?“)

IV. **Arvutused**

eesmärgiks hinnata H_0 kehtimise tõenäosust p

(„Kui suur on tõenäosus, et olukorras, kus H_0 kehtib, tekkis valmis olnud erinevus v seos juhuse tõttu?“)

($p = Sig = olulisuse\ tõenäosus$)

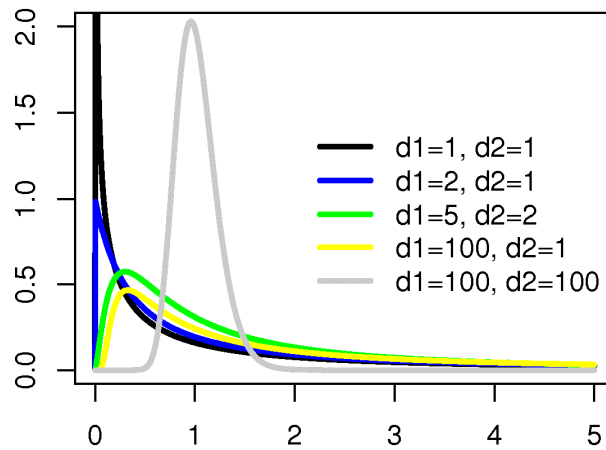
V. **Otsus tulemise kohta:**

$p > \alpha$ H_0 jääb kehtima - statistiliselt mitte oluline (ei üldista)

$p \leq \alpha$ H_1 tõestatud - statistiliselt oluline (võib üldistada)

VI. **Järelduse sõnastamine**

F-jaotuste pere



Kursus: Mitmemõõtmeline statistika

Seminar II: Kordusmõõtmistega ANOVA ja MANOVA

Õppejõud: Katrin Niglas
PhD, dotsent
informaatika instituut

Kordusmõõtmistega ANOVA ja MANOVA

Sõltuvad valimid => kõigis võrreldavates gruppides on samad (katse)isikud

Näiteid:

Uurijat huvitavad muutused ajas (testitakse/mõõdetakse/küsitletakse samu inimesi teatud ajavahemike tagant sama tunnuse osas)

Eeltest ja indiviidide taseme määramine enne mõjutamist (*treatment*) võimaldab mõju statistiliselt täpsemalt hinnata

Uurija rakendab erinevaid eksperimentaalseid tingimusi samadele isikutele (eraldi gruppidele rakendades oleks vaja tunduvalt suuremat valimit)

Uurija tahab võrrelda erinevate tunnuste keskmisi sama sihtrühma/üldkogumi puhul (nt Mida tähtsustavad uuritavad enam? Kas hoiakud eri asjade suhtes erinevad? Kas mõne väitega nõustutakse enam kui teisega? jne)



Kordusmõõtmistega ANOVA ja MANOVA

Idee:

gruppide vaheliste erinevuste asemel lähtutakse objektidest/indiviididest tulenevatest erinevustest

st iga indiviidi jaoks arvutatakse võrreldavate tunnuste väärtuste erinevus/vahe ning võetakse arvesse tunnuste omavahelist korrelatsiooni.

F-suhtena leitakse kui suur osa indiviidist lähtuvast variatiivsusest on süstemaatiline/mõjutamisest_tulenev võrreldes juhusliku indiviidist lähtuva variatiivsusega

- Grupipõhine võrdlus – *between-subjects design*
- Indiviidipõhine võrdlus – *within-subject design*
- Segamudelid



Kordusmõõtmistega ANOVA ja MANOVA

Eeldused:

ANOVA'st tuttav gruppidevaheliste hajuvuste sarnasuse nõue on asendatud:

Sfäärilisus (*sphericity*) –

kordusmõõtmiste põhjal arvatud vahede hajuvus peab olema sarnane

Mauchly's test

H0: vahede hajuvus on sarnane

H1: vahede hajuvus on erinev

Kui nullhüpotees tuleb ümber lükata, mistõttu eeldust ei saa täidetuks pidada, siis:

kui e (Epsilon) > 0.75 -> kasuta Huyn-Feldt parandust

kui e (Epsilon) < 0.75 -> kasuta Greenhouse-Geiser parandust