

**Tallinna Pedagoogikaülikool**  
**Matemaatika – loodusteaduskond**  
**Informaatika osakond**

**Epp Niinemets**  
**Mitmemõõtmeline dispersioonanalüüs MANOVA**  
**Proseminaritöö**

**Juhendaja: lektor Katrin Niglas**

**Tallinn 2003**

## Sisukord

Sissejuhatus .....	3
1 Õppematerjal .....	4
1.1 Õppematerjali sissejuhatus .....	4
1.2 Mitmemõõtmeline dispersioonanalüüs (MANOVA) .....	5
1.3 SPSS'i kasutamine mitmemõõtmelise dispersioonanalüüsi MANOVA tellimiseks ja tulemuste tõlgendamine.....	9
Kokkuvõte .....	17
Kasutatud kirjandus.....	18

## Sissejuhatus

Käesoleva proseminaritöö eesmärgiks on koostada õppematerjal, mis aitaks Tallinna Pedagoogikaülikooli tudengeid andmeanalüüsi kursuse läbimisel. Seejuures püütakse teha seda võimalikult lihtsa sõnastusega, vältida keerulisi mõisteid ja valemeid ning tuua võimalikult palju näiteid, et loetavat oleks kergem jälgida ja analüüsida. Antud õppematerjal võib abi pakkuda ka teistele huvilistele.

Eeldatud on, et töö lugeja on eelnevalt tuttav statistika põhitõdede ja mõistetega ning on olemas kokkupuude dispersioonanalüüsi ANOVA mudeliga. Just ANOVA mudel on see, mille abil ning millega võrreldes proovitakse mitmemõõtmelist dispersioonanalüüsi mudelit MANOVA kirjeldada.

Mitmemõõtmelise dispersioonanalüüsi MANOVA läbiviimise kirjeldamiseks võetakse appi SPSS'i programmipakett. Seega tuleks olla eelnevalt tuttav ka SPSSi kasutamisega.

Proseminaritöö raames loodav õppematerjal koosneb kahest osast:

- Mitmemõõtmelise dispersioonanalüüsi MANOVA kirjeldus.
- SPSS'i kasutamine mitmemõõtmelise dispersioonanalüüsi MANOVA tellimiseks ja tulemuste tõlgendamine.

Esimene osa põhineb suuremalt jaolt raamatule Barbara G. Tabachnich, Linda S. Fidell. *Using Multivariate Statistics*. Teise osa kirjeldamisel on põhilisteks allikateks: Spss Inc, *Spss Advanced Models 10.0* ning R. Gebotys. *Example: Multivariate Analysis of Variance*. Mõistete kirjeldamisel on abiks olnud A.-M. Parring, M. Vähi, E. Käärrik. *Statistilise andmetöötuse algõpetus*.

SPSS'i rakenduse juures selgitatakse samm haaval analüüsi tulemeid. Samas püütakse kirjeldada ka teisi valikuid, mida töös antud näite korral vaja ei lähe.

Käesoleva proseminaritöö teema sai valitud, kuna autoril oli soov teha õppematerjal, millest oleks abi teistele tudengitele andmeanalüüsi kursuse läbimisel. Antud teemat ei ole autor eelnevalt õppinud, kuid oli tuttav ANOVA mudeliga. Tekkis huvi – kui palju MANOVA mudel erineb ANOVast? Kas on suuremaid erinevusi? Kumba on otstarbekam kasutada? Samas võib antud teema valdamine olla abiks autorile (ja ka teistele tudengitele) pedagoogilise lõputöö juures, kui tuleb läbi viia küsitlusi ning tekib vajadus andmete analüüsimiseks.

## 1 Õppematerjal

### 1.1 Õppematerjali sissejuhatus

Käesolev õppematerjal on mõeldud eelkõige abiks andmeanalüüsi kursust läbivatele Tallinna Pedagoogikaülikooli tudengitele, kuid võib kasuks tulla ka teistele huvilistele.

Õppematerjal koosneb kahest osast:

- Mitmemõõtmelise dispersioonanalüüsi MANOVA kirjeldus.
- SPSS'i kasutamine mitmemõõtmelise dispersioonanalüüsi MANOVA tellimiseks ja tulemuste tõlgendamine.

Et materjal oleks võimalikult lihtne, siis püütakse tuua võimalikult palju näiteid ning välditakse keerulisi mõisteid ja valemeid. Kellel tekib suurem huvi antud teema vastu, siis võib iseseisvalt lugeda lisa raamatust Barbara G. Tabachnich, Linda S. Fidell. *Using Multivariate Statistics*. Viimasele raamatule põhinebki suurem osa õppematerjali esimesest peatükist. Teise osa kirjeldamisel on põhiliseks abiks olnud Spss Inc, *Spss Advanced Models 10.0* ning R. Gebotys. *Example: Multivariate Analysis of Variance*. Põhimõistete selgitamisel on aluseks võetud A.-M. Parring, M. Vähi, E. Käärrik. *Statistilise andmetöötuse algõpetus*.

Eeldatud on, et õppematerjali kasutaja on eelnevalt tuttav statistika põhitõdede ja mõistetega ning et tal on olemas kokkupuude ANOVA mudeliga. Mitmemõõtmelise dispersioonanalüüsi MANOVA läbiviimise kirjeldamiseks on appi võetud SPSS'i programmipakett. Seega tuleks olla eelnevalt tuttav ka SPSS'i kasutamisega.

SPSS'i rakenduse juures selgitatakse samm haaval analüüsi tulemeid. Samas püütakse kirjeldada ka teisi valikuid, mida töös antud näite korral vaja ei lähe.

Õppematerjali kasutajal on soovitav mõelda materjalis antud näidetega analoogilisi näiteid ja teha läbi mitmemõõtmelise dispersioonanalüüsi MANOVA tellimine SPSS'is.

## 1.2 Mitmemõõtmeline dispersioonanalüüs (MANOVA)

MANOVA<sup>1</sup> on ANOVA mudeli üldistus juhule, kus on mitu sõltuvat tunnust ja vähemalt üks sõltumatu tunnus. MANOVAt rakendatakse üldjuhul eksperimentaalsetele situatsioonidele, kus objektid jagatakse gruppidesse (tavaliselt võrdsete suurustega) juhuslikult. Näiteks, oletame, et tahetakse läbi viia uurimust, kus soovitakse teada saada, millest sõltub õpilaste teadmiste tase matemaatikas ja füüsikas. Kas see sõltub õpetajast, meetodikast või mõlemast korraga? Selleks vaadatakse ühest koolist kahte õpetajat A ja B, kes mõlemad õpetavad nii füüsikat kui ka matemaatikat ning valdavad kahte meetodikat P ja Q. Kumbki õpetaja annab tunde kahes grupis. Eeldame, et õpilastel on matemaatikast ja füüsikast ühesugused teadmised. Ühes grupis rakendab õpetaja meetodikat P ja teises meetodikat Q. Õppeaasta lõpus tehakse mõlemas aines test. Sellisel juhul on kaks sõltumatut tunnust, kusjuures kumbki on kahe tasemega e. väärtusega: õpetaja (tasemetega õpetaja A ja õpetaja B) ning meetodika (tasemetega meetodika P ja meetodika Q). Sõltuvaid tunnuseid on kaks: füüsika testi punktid ja matemaatika testi punktid.

MANOVAs luuakse mõõdetud sõltuvatest tunnustest uus sõltuv tunnus, millele rakendatakse ANOVAt. Uus sõltuv tunnus on algsete sõltuvate tunnuste lineaarkombinatsioon, mis on kombineeritud nii, et ta eraldaks gruppe võimalikult hästi. MANOVA küsib, kas keskväärtuste erinevused gruppide vahel üle kombineeritud sõltuva tunnuse võivad olla tingitud juhusest?

### MANOVA eelised ANOVA ees:

- Mõõtes ühe sõltuva tunnuse asemel mitu sõltuvat tunnust, on uurijal suurem võimalus leida see, mis mõjutab nende tunnuste koosmõju.
- Mitme sõltuva tunnuse korral on MANOVAt kasutades väiksem oht teha esimest liiki viga, sest tehakse vähem erinevaid teste.
- Teatud tingimustel (harva esinevatel) võib esile tulla sõltumatute tunnuste koosmõju sõltuvatele tunnustele, mida ei näita ANOVA.

Siiski on MANOVA palju komplitseerium kui ANOVA. Situatsioonid, kus MANOVAt kasutades on suurem tõenäosus teha antud väärtustel õige järeldus kui ANOVAt kasutades, on piiratud. Seetõttu tuleks alati eelnevalt mõelda, kas ikka on vaja rohkem kui ühte sõltuvat tunnust? Sellest lähtuvalt valida ANOVA või MANOVA.

Kehtivad samad hüpoteesid ja olulisuse nivoo tingimused, mis ANOVA mudelil:

### Hüpoteesid:

$H_0$ : alamkogumite keskväärtused ei erine

$H_1$ : leidub vähemalt kaks alamkogumit, mille keskväärtused erinevad

### Olulisuse nivoo:

$\alpha = \dots$

määrata, kui väike peab olema nullhüpoteesi kehtimise tõenäosus, et võiks ta ümber lükata.

Analoogiliselet ANOVAle hinnatakse ka MANOVAs valimite keskväärtuste erinevusi hajuvuse (dispersiooni) kaudu.

<sup>1</sup> ingl MANOVA = Multiple Analysis of Variance

### Piirangud:

- Sõltuvad tunnused peavad olema arvtunnused.
- Võrreldavad grupid peavad olema omavahel sõltumatud.
- Tulemuste jaotus peaks olema ligilähedane normaaljaotusele. Sõltuvad tunnused ning sõltuvate tunnuste lineaarkombinatsioon alluvad normaaljaotusele.<sup>2</sup>
- Kovariatsioonimaatriksid peaks olema homogeenised, s.t. dispersioonid võrreldavates gruppides peaksid olema sarnased ning kovariatsioonid võrreldavates gruppides peaksid olema sarnased. Antud tingimuse mittetäidetuse ei mõjuta analüüsi tulemust oluliselt.
- MANOVA töötab paremini mõõdukalt korreleeritud sõltuvate tunnustega.
- MANOVA testid on vastuvõtlikud ekstreemsete väärtuste suhtes – soovitatav on alati teha ekstreemsete väärtuste test.
- Igas grupis peab olema rohkem objekte kui on analüüsitavaid sõltuvaid tunnuseid.
- Sõltuvate tunnuste vaheliste seoste lineaarsus (korrelatsiooniväljal tunnuste vahelised punktid asuvad ümber sirge). Kõrvalekalle lineaarsusest võib alandada statistiliste testide võimsust (s.t. tõenäosust vastu võtta sisukas hüpotees  $H_1$ , kui see tegelikult kehtib), sest sõltuvate tunnuste lineaarkombinatsioon ei maksimeeri gruppide eraldamist.

MANOVA kasutamise eesmärk on leida, kas tunnuse käitumine muutub manipuleerimisel sõltumatute tunnustega. Uurimuse käigus võivad tekkida järgmised küsimused, millele MANOVA abil saab vastuse anda:

1. **Sõltumatute tunnuste peamõju.** *Kas gruppide vaheliste keskmiste erinevused sõltuvate tunnuste lineaarkombinatsioonis on tingitud sõltumatu tunnuse tasemetest?*

Näites sõltumatu tunnuse “õpetaja” peamõju test küsib, kui jätta arvestamata meetodika, kas siis õpetaja mõjutab matemaatika ja füüsika testide punktide summat?

#### Hüpoteesid:

$H_0$ : õpetajate A ja B õpilaste testide keskmised punktid on sarnased.

$H_1$ : õpetajate A ja B õpilaste testide keskmised punktid ei ole sarnased.

Sõltumatu tunnuse “metoodika” peamõju test küsib, kui arvestamata jätta õpetaja, kas siis meetodika mõjutab matemaatika ja füüsika testi punktide summat?

#### Hüpoteesid:

$H_0$ : meetodikate P ja Q järgi õppinud õpilaste testide keskmised punktid on sarnased.

$H_1$ : meetodikate P ja Q järgi õppinud õpilaste testide keskmised punktid ei ole sarnased.

Kui on rohkem kui üks sõltumatu tunnus, siis tehakse igäihe jaoks eraldi peamõju test.

2. **Sõltumatute tunnuste koosmõju.** *Kas ühe sõltumatu tunnuse mõju sõltuvale tunnusele sõltub teise sõltumatu tunnuse mingist tasemest?*

Alguses antud näites koosmõju test küsib, kas õpilaste teadmiste tase kummagi meetodikaga on mõlema õpetaja korral üks ja sama? Kui näites ühe meetodika järgi

<sup>2</sup> nende eelduste mittetäidetuse mõjutab analüüsi tulemust üldjuhul vähe.

õppinute tulemused on paremad, sõltumata sellest kumma õpetaja juures õpiti, siis tunnuste “õpetaja” ja “metoodika” koosmõju puudub. Kui aga õpetaja A saavutab metoodika P järgi õpetades paremad tulemused kui õpetaja B ja õpetaja B saab paremad tulemused metoodika Q järgi õpetades, siis on sõltumatutel tunnustel “õpetaja” ja “metoodika” koosmõju olemas.

#### Hüpoteesid:

$H_0$ : õpetajal A on metoodikate P ja Q järgi õppinud õpilaste testide keskmiste punktide erinevus sama kui õpetajal B.

$H_1$ : õpetajal A on metoodikate P ja Q järgi õppinud õpilaste testide keskmiste punktide erinevus teistsugune kui õpetajal B.

Kui koosmõju on oluline, siis see viitab, et üks metoodika sobib ühele õpetajale paremini samas kui teine metoodika sobib teisele õpetajale. Kui on rohkem kui kaks sõltumatut tunnust, siis on tegemist mitmese koosmõjuga. Iga koosmõju testitakse eraldi.

Ixesugune lineaarkombinatsioon luuakse iga pea- ja koosmõju jaoks. Näites esimene sõltuvate tunnuste lineaarkombinatsioon maksimeerib õpetajate eraldamise, teine metoodikate eraldamise ja kolmas maksimeerib õpetaja-metoodika koosmõju.

MANOVA programmides on pea- ja koosmõju testimiseks mitu mitmemõõtmelist statistikut: Wilks' Lambda, Hotelling's jälje kriteerium, Pillai's kriteerium ja Roy's gcr kriteerium. Üldjuhul mõned neist statistikutest on olulised, samal ajal kui teised mitte. Millist neist uskuda? Enamasti kasutatakse Wilks' Lambdat, kuid kui on väikesed või mittevõrdsete suurustega grupid, siis tuleks kasutada Pillai's kriteeriumi.

### 3. Sõltuvate tunnuste tähtsus. Millised sõltuvad tunnused on mõjutatud sõltumatute tunnuste poolt ja millised mitte?

Kui tunnuse “metoodika” peamõju test on oluline, võib olla, et muutus teadmiste tase füüsikas, samas kui teadmiste tase matemaatikas ei erine erinevate metoodikate korral. Sõltuvate tunnuste tähtsuse hindamisel kasutatakse sageli Roy-Bergmanni stepdown analüüsi või ühemõõtmelist  $F$ -i. Roy-Bergmanni stepdown analüüsis sõltuvate tunnuste prioriteedid määratakse neile arvestades teoreetilisi ja praktilisi kaalutlusi. Kõrgeima prioriteediga sõltuv tunnus testitakse ühemõõtmelises ANOVAs. Ülejäänud sõltuvad tunnused testitakse sarjas ANCOVAs: iga järgnev sõltuv tunnus testitakse kõrgema prioriteediga sõltuva tunnusega kui kovariandid, et näha, kas see annab midagi juurde juba testitud sõltuvate tunnuste lineaarkombinatsioonile.

Kui tunnuste vahel on väga nõrk korrelatsioon, siis on soovitatav sõltuvate tunnuste tähtsuse kindlaks tegemiseks kasutada ühemõõtmelist  $F$ -i, kui sõltuvad tunnused on korreleeritud, siis stepdown  $F$ -i. Kahjuks võimaldab SPSS'i programmpakett Roy-Bergmanni stepdown analüüsi ainult süntaksi abil ning seda osa me antud töös ei vaatle.

### 4. Paariviisilised võrdlused. Kui koos- või peamõju rohkem kui kahe tasemega sõltumatu tunnuse jaoks on oluline, tekib küsimus: millised pea- või koosmõju tasemed on millistest teistest oluliselt erinevad?

Erinevuste algpõhjuste välja selgitamiseks kasutatakse paariviisilisi võrdlusi. Eeldame näites, et on kolm õpetajat (A, B ja C) ja kolm metoodikat (P, Q ja R). Kui tunnuse “metoodika” peamõju on oluline, kas siis metoodika P ja metoodika Q korral testide punktide ühine keskvärtus erineb metoodika Q keskvärtusest? Kui

õpetaja ja metoodika koosmõju on oluline, võib tekkida küsimus, kas metoodika P korral on õpetaja A õpilaste testide punktide keskväärtus erinev õpetaja B õpilaste testide punktide keskväärtusest? Erinevuste välja selgitamiseks kasutatakse post hoc paariviisilist võrdlust: võrreldakse kahte keskväärtust, et teha kindlaks, kas nad erinevad statistiliselt oluliselt. Viimane protseduur on väga konservatiivne, aga lubab sooritada limiteerimata arvu võrdlusi.

Paariviisilise võrdluse hüpoteesid:

$H_0$ : kahe võrreldava alamkogumi keskväärtused ei erine

$H_1$ : kahe võrreldava alamkogumi keskväärtused erinevad

Post-hoc võrdluse teostamiseks on mitu erinevat testi, näiteks Bonferroni, Student-Newman-Kuels, Duncan, Fisher'i LSD, Tukey'i ja Scheffe'. Üldjuhul eelistatakse Bonferroni ja Tukey'i protseduure.

5. **Mõju tugevus.** *Kui pea- või koosmõju mõjutab oluliselt tunnuse käitumist, tekib küsimus: kui palju?*

Statistilise olulisuse test hindab sõltuva ja sõltumatu tunnuse vahelise seose olemasolu, kuid mõju tugevus näitab, kui tugev see seos on. Võib olla, et statistilise olulisuse test näitab, et mõju on olemas, kuid see võib olla väga väike. Mõju tugevus näitabki, kui suur see mõju on. Teisiti sõnastades: kui suur osa sõltuvate tunnuste lineaarkombinatsiooni iseloomustavast dispersioonist kirjeldab mõju? Üldjuhul leitakse see protsentides. Näiteks võib kindlaks teha, kui suur osa matemaatika ja füüsika testide punktide lineaarkombinatsiooni iseloomustavast dispersioonist kirjeldab metoodika mõju. Mida suurema osa dispersioonist mõju kirjeldab, seda tugevam mõju on. SPSS'i programmipakett annab mõju suuruse statistikuks osalise eta ruudu  $\eta_p^2$ , kusjuures  $0 \leq \eta_p^2 \leq 1$ . Mida suurem on osalise eta ruudu  $\eta_p^2$  väärtus, seda suurem on mõju.

6. **Kordusmõõtmistega dispersioonanalüüs.** MANOVA on alternatiiv kordusmõõtmistega ANOVAle, kus iga subjekti mõõdetakse sõltumatu tunnuse kõikidel tasemetel ning tema väärtusi sõltumatu tunnuse erinevatele tasemetele vaadatakse kui erinevaid sõltuvaid tunnuseid. Näiteks oletame, et matemaatika test viiakse läbi neljal korral (selle asemel, et mõõta õpilaste teadmisi kummaski aines ühe korra): enne, vahetult pärast, 3 kuu möödudes ja 6 kuu möödudes metoodika rakendamisest. Sellisel juhul võib tulemusi analüüsida two-way ANOVAs, kuid samas võib kasutada hoopis one-way MANOVAt, kus metoodika on sõltumatu tunnus ja neli testimist neli sõltuvat tunnust.



### 1.3 SPSS'i kasutamine mitmemõõtmelise dispersioonanalüüsi MANOVA tellimiseks ja tulemuste tõlgendamine

**Näide:** Võrdleme õpilaste arutamise täpsust ja kiirust kolme erineva õpetaja ning meetodika korral. Selleks vaatame kolme õpetajat A, B ja C, kusjuures igaüks õpetab kolmes klassis ja valdab kolme meetodikat P, Q ning R. Eeldame, et klasside algtasemed ja võimed on ühesugused. Õppeaasta jooksul rakendavad õpetajad igas klassis erinevat meetodikat. Kevadel tehakse test, kus mõõdetakse teatud hulga teete sooritamise aeg ning loetakse kokku õigete vastuste arv. Vaatame, kas arutamise kiirus ja täpsus sõltub meetodikast, õpetajast või mõlemast?

#### Hüpoteesid:

$H_0$ : õpilaste arutamise kiirus ja täpsus alamkogumites ei erine.

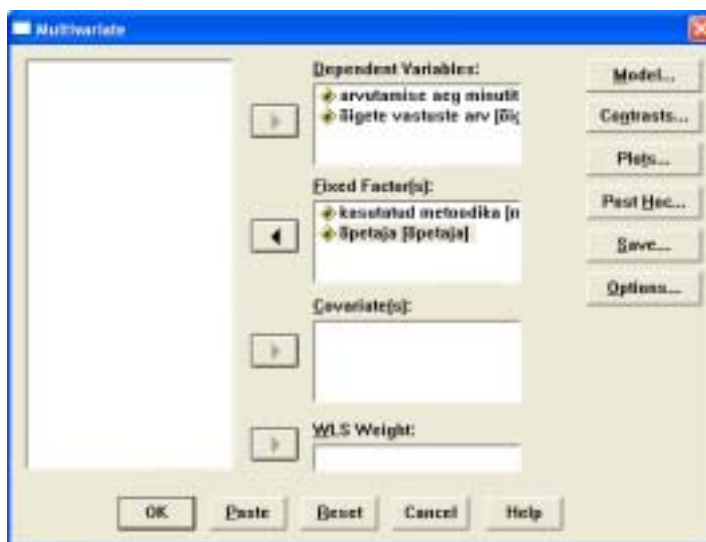
$H_1$ : leiduvad vähemalt kaks alamkogumit, mis esindavad erineva arutamise kiiruse ja täpsusega üldkogumeid.

Valime olulisuse nivoo  $\alpha = 0,05$

Antud juhul on kaks sõltuvat tunnust: arutamise kiirus ja täpsus (s. t. õigete vastuste arv). Sõltumatuteks tunnusteks on õpetaja (tasemetega A, B ja C) ning meetodika (tasemetega P, Q ja R).

Mitmemõõtmelise dispersioonanalüüsi MANOVA tellimiseks SPSS'is:

- Vali *Analyze/General Linear Model/Multivariate*
- Paiguta sõltuvad tunnused väljale *Dependent Variables*
- Paiguta sõltumatu(d) tunnus(ed) väljale *Fixed Factor(s)*

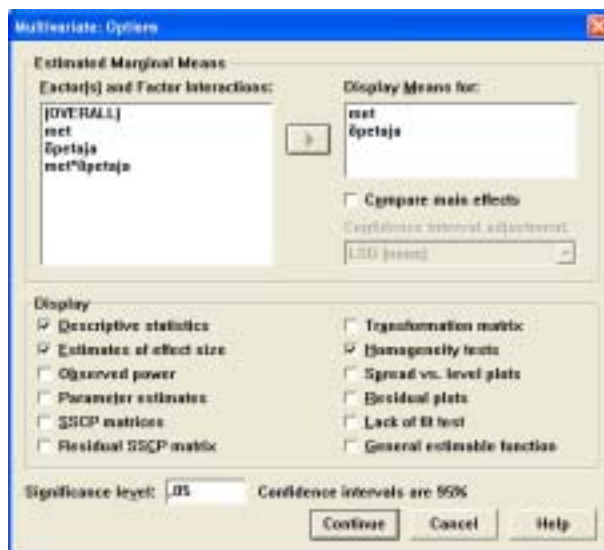


Joonis 1. Dialoogiaken *Multivariate*

MANOVA kriteeriumite määramiseks:

- *Multivariate* aknas nupu *Options* alt saab kontrollida dispersioonide ja kovariatsioonimaatriksite homogeensust, leida arvnäitajaid ning mõju tugevust. Kui soovid lisaks leida iga sõltuva tunnuse jaoks eraldi keskvaartusi sõltumatute tunnuste erinevatel tasemetel, siis kastis *Estimated Marginal Means* kannast vastavad tunnused

väljalt *Factor(s) and Factor Interactions* väljale *Display Means for*. Antud näites kanname väljale *Display Means for* tunnused “metoodika” ja “õpetaja” .



Joonis 2. Dialoogiaken *Options*

Kirjeldavate arvnäitajate, mõju tugevuse ning kovariatsioonimaatriksite homogeensuse kontrollimise (MANOVA eeldus) testi tellimiseks märgista kastis *Display* vastavalt väljad *Descriptive statistics*, *Estimates of effect size* ja *Homogeneity tests*. Olulisuse nivoo määra väljal *Significance level*. Vaikimisi on määratud olulisuse nivooks 0,05 ning antud näite korral jääme selle juurde.

Descriptive Statistics					
			Mean	Std. Deviation	N
ankutamise aeg minutites	P	A	6,1225	1,62819	12
		B	6,3733	1,32824	12
		C	6,8817	1,77876	12
		Total	6,4592	1,58872	36
	Q	A	5,8242	1,28829	12
		B	6,6133	1,63210	12
		C	7,3208	1,87467	12
		Total	6,5861	1,65779	36
	R	A	6,0325	1,38286	12
		B	6,4867	1,33623	12
		C	6,4558	2,11331	12
		Total	6,3250	1,61821	36
	Total	A	5,9931	1,39517	36
B		6,4911	1,38257	36	
C		6,8861	1,90313	36	
Total		6,4568	1,60189	108	
õigete vastuste arv	P	A	38,75	3,223	12
		B	41,25	2,761	12
		C	41,42	3,280	12
		Total	40,47	3,229	36
	Q	A	46,08	2,539	12
		B	43,75	2,379	12
		C	45,08	3,423	12
		Total	44,97	2,880	36
	R	A	45,33	3,420	12
		B	45,08	3,175	12
		C	43,83	5,167	12
		Total	44,75	3,880	36
	Total	A	43,39	4,487	36
B		43,36	3,136	36	
C		43,44	4,219	36	
Total		43,40	3,853	108	

Joonis 3. Kirjeldavad arvnäitajad

Jooniselt 3 näeme, et arvutamise keskmine kiirus (statistik *Mean*) ja ka kiiruse hajuvus (statistik *Std. Deviation*) on võrreldavates gruppides suhteliselt sarnane. Kuid väike erinevus on meetoodika Q korral keskväärtustes. Väikeseid erinevusi on ka arvutamise täpsuses. Meetoodika P jaoks on õigete vastuste arv natuke väiksem kui meetoodikate Q ja R korral. Ka hajuvus on üldjuhul suhteliselt sarnane, kuid väike erinevus on meetoodika R jaoks. Erinevate õpetajate korral on nii arvutamise kiiruse kui ka täpsuse keskväärtused sarnased. Hajuvused on erinevatel õpetajatel sarnased.

Mõju tugevuse hindamise juurde tuleme tagasi pea- ja koosmõju tulemi kirjeldamisel.

### Estimated Marginal Means

**1. kasutatud meetoodika**

Dependent Variable	kasutatud meetoodika	Mean	Std. Error	95% Confidence Interval	
				Lower Bound	Upper Bound
arvutamise aeg minutites	P	6,459	,267	5,929	6,989
	Q	6,586	,267	6,056	7,116
	R	6,325	,267	5,795	6,855
õigete vastuste arv	P	40,472	,557	39,367	41,578
	Q	44,972	,557	43,867	46,078
	R	44,750	,557	43,644	45,856

Joonis 4. Sõltuvate tunnuste keskväärtuste tulem tunnuse “meetoodika” tasemetel.

Joonisel 4 olevast tulemist on näha, et arvutamise keskmine kiirus erinevate meetoodikate korral on sarnane, kuid arvutamise täpsus meetoodika P järgi õppinud õpilastel on väiksem kui meetoodikate Q ja R järgi õppinutest (statistik *Mean*).

**2. õpetaja**

Dependent Variable	õpetaja	Mean	Std. Error	95% Confidence Interval	
				Lower Bound	Upper Bound
arvutamise aeg minutites	A	6,993	,267	6,523	7,463
	B	6,491	,267	5,961	7,021
	C	6,886	,267	6,356	7,416
õigete vastuste arv	A	43,389	,557	42,283	44,495
	B	43,361	,557	42,255	44,467
	C	43,444	,557	42,339	44,550

Joonis 5. Sõltuvate tunnuste keskväärtuste tulem tunnuse “õpetaja” tasemetel

Viimasest tulemist (joonis 5) näeme, et arvutamise keskmine kiirus on erinevate õpetajate korral erinev, aga täpsus suhteliselt sarnane (statistik *Mean*).

Dispersioonide homogeensuse kontrollimiseks kasutatakse siin Levene'i testi .

#### Hüpoteesid:

$H_0$ : võrreldavate alamkogumite dispersioonid ei erine

$H_1$ : leidub vähemalt kaks alamkogumit, mille dispersioonid erinevad

#### Olulisuse nivoo:

$\alpha = \dots$

0,05 või 0,1leelduse kontrollimiseks  
läbiviidavate testide puhul (vt. Joonis 2)

**Levene's Test of Equality of Error Variances<sup>a</sup>**

	F	df1	df2	Sig.
arutamise aeg minutites	1,506	8	99	,165
õigete vastuste arv	1,932	8	99	,063

Tests the null hypothesis that the error variance of the dependent variable is equal across groups.

a. Design: Intercept+MET+ÕPETAJA+MET \* ÕPETAJA

olulisuse tõenäosus p

Joonis 6. Dispersioonide homogeensuse testi tulem

Joonise 6 põhjal näeme, et mõlema sõltuva tunnuse korral olulisuse tõenäosus  $p > \alpha$ , seega jääb kehtima nullhüpotees  $H_0$ , mis ütleb, et dispersioonid võrreldavates gruppides ei erine ja MANOVA eeldus hajuvuste sarnasuse kohta on täidetud.

Võrreldavates gruppides kovariatsioonimaatriksite homogeensuse kontrollimiseks kasutatakse Box's M testi.

Hüpoteesid:

$H_0$ : võrreldavate alamkogumite kovariatsioonimaatriksid ei erine

$H_1$ : leidub vähemalt kaks alamkogumit, mille kovariatsioonimaatriksid erinevad

Olulisuse nivoo:

$\alpha = \dots$

0,05 või 0,1 eelduse kontrollimiseks läbiviidavate testide puhul (vt. Joonis 2)

**Box's Test of Equality of Covariance Matrices<sup>a</sup>**

Box's M	22,013
F	,850
df1	24
df2	29957,774
Sig.	,674

Tests the null hypothesis that the observed covariance matrices of the dependent variables are equal across groups.

a. Design: Intercept+MET+ÕPETAJA+MET \* ÕPETAJA

olulisuse tõenäosus p

Joonis 7. Kovariatsioonimaatriksite homogeensuse testi tulem

Joonisel 7 olevast tulemist on näha, et olulisuse tõenäosus  $p > \alpha$ , seega jääb kehtima nullhüpotees  $H_0$ , mis ütleb, et kovariatsioonimaatriksid võrreldavates alamkogumites ei erine ja MANOVA eelduse kovariatsioonimaatriksite homogeensuse kohta võib lugeda täidetuks.

- Et määrata, milliseid pea- ning koosmõjusid antud analüüsis vaadata, tuleb aknas *Multivariate* (vt. Joonis 1) vajutada nuppu *Models*. Kastis *Specify Model* vali *Custom* või *Full Factorial*. *Full Factorial* vaatab kõiki võimalikke pea- ning koosmõjusid. *Custom* laseb valida, milliseid mõjusid vaadata (s.t. millised mõjud meid antud analüüsis huvitavad) ja milliseid mitte. Antud näite korral valime *Full Factorial*, sest tahame analüüsida kõiki pea- ning koosmõjusid.



Joonis 8. Dialoogiaken *Model*

Kui valida *Custom*:

- Väljalt *Factors & Covariates* kannu tunnused, mille pea- või koosmõju soovid vaadata, väljale *Model*.
- *Build Term(s)* väljal vali peamõju soovi korral *Main Effects* ning koosmõju korral *Interactions*.

Väljal *Sum of squares* saab määrata hälvete ruutude summa arvutamise liigi. Vaikimisi on määratud *Type III*, mida üldjuhul kasutatakse siis, kui andmetabelis ei ole puuduvaid väärtusi. Kuid kui puuduvad väärtused siiski esinevad, tuleks kasutada *Type IV*.

Tunnuse “õpetaja” peamõju hüpoteesid:

$H_0$ : õpilaste tehtud vigade arv ja arvutamise kiirus on iga õpetaja korral ühesugune

$H_1$ : leiduvad vähemalt kaks õpetajat, kelle õpilaste tehtud vigade arv ja arvutamise kiirused erinevad.

Tunnuse “metoodika” peamõju hüpoteesid:

$H_0$ : õpilaste tehtud vigade arv ja arvutamise kiirus on iga metoodika korral ühesugune

$H_1$ : leidub vähemalt kaks metoodikat, mille järgi õppinud õpilaste tehtud vigade arv ja arvutamise kiirused erinevad.

Tunnuste “õpetaja” ja “metoodika” koosmõju hüpoteesid:

$H_0$ : õpilaste arvutamise kiirus ja täpsus iga metoodikaga on kõigi õpetajate korral sarnane.

$H_1$ : õpilaste arvutamise kiirus ja täpsus iga metoodikaga ei ole kõigi õpetajate korral sarnane.

Multivariate Tests<sup>a</sup>

Effect		Value	F	Hypothesis df	Error df	Sig.	Partial Eta Squared
Intercept	Pillai's Trace	,995	9209,851 <sup>a</sup>	2,880	98,000	,000	,995
	Wilks' Lambda	,005	9209,851 <sup>a</sup>	2,880	98,000	,000	,995
	Hotelling's Trace	187,952	9209,851 <sup>a</sup>	2,880	98,000	,000	,995
	Roy's Largest Root	187,952	9209,851 <sup>a</sup>	2,880	98,000	,000	,995
MET	Pillai's Trace	,305	8,815	4,800	188,000	,000	,153
	Wilks' Lambda	,696	8,726 <sup>a</sup>	4,800	188,000	,000	,166
	Hotelling's Trace	,434	10,531	4,800	184,000	,000	,178
	Roy's Largest Root	,429	21,258 <sup>b</sup>	2,880	98,000	,000	,300
ÕPETAJA	Pillai's Trace	,065	1,380	4,800	188,000	,239	,027
	Wilks' Lambda	,935	1,386 <sup>a</sup>	4,800	188,000	,237	,028
	Hotelling's Trace	,058	1,401	4,800	184,000	,235	,028
	Roy's Largest Root	,058	2,857 <sup>b</sup>	2,880	98,000	,062	,095
MET * ÕPETAJA	Pillai's Trace	,104	1,356	8,800	188,000	,218	,052
	Wilks' Lambda	,897	1,362 <sup>a</sup>	8,800	188,000	,215	,053
	Hotelling's Trace	,113	1,367	8,800	184,000	,213	,053
	Roy's Largest Root	,097	2,400 <sup>b</sup>	4,800	98,000	,055	,088

<sup>a</sup> Exact statistic  
<sup>b</sup> The statistic is an upper bound on F that yields a lower bound on the significance level  
<sup>c</sup> Design: Intercept+MET+ÕPETAJA+MET \* ÕPETAJA

Joonis 9. Pea- ja koosmõju tulem

Joonis 9 näitab mitmemõõtmelise mõju (sõltumatu tunnuse mõju sõltuvate tunnuste lineaarkombinatsioonile) olulisust ning selle uurimisel kasutame Wilks' Lambda. Kui oleks tegemist erinevate suurustega gruppidega või ei oleks täidetud dispersioonide ning kovariatsioonimaatriksite homogeensus tingimus, siis võiks kasutada Pillai's kriteeriumi. Näeme, et nii tunnuse "õpetaja" kui ka "õpetaja-metoodika" korral olulisuse tõenäosus  $p > \alpha$ . Seega jäävad kehtima nullhüpoeesid  $H_0$ . Kuid tunnuse "metoodika" korral olulisuse tõenäosus  $p < \alpha$  ning saame ümber lükata nullhüpoeesi ja vastu võtta sisuka hüpoeesi  $H_1$ . Seega on mõju statistiliselt oluline ainult metoodika korral.

Tulemi viimane veerg näitab mõju tugevust. Et ainult tunnusel "metoodika" on statistiliselt oluline mõju sõltuvate tunnuste lineaarkombinatsioonile, siis vaatame tulemi viimast veerust tunnuse "metoodika" mõju tugevust. Näeme, et Wilks' Lambda korral osaline eta ruut  $\eta_p^2 = 0,166$ . Seega on tegemist nõrga mõjuga ja 16,6% sõltuvate tunnuste lineaarkombinatsioonile vastavast dispersioonist kirjeldab metoodika mõju.

Tests of Between-Subjects Effects

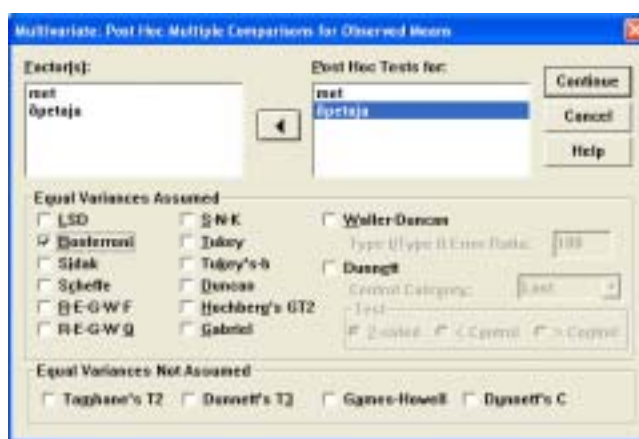
Source	Dependent Variable	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.	Partial Eta Squared
Corrected Model	avutamise aeg minutites õigete vastuste arv	19,817 <sup>a</sup> 585,139 <sup>b</sup>	8 8	2,477 70,841	,964 8,319	,488 ,000	,072 ,338
Intercept	avutamise aeg minutites õigete vastuste arv	4502,492 282407,128	1 1	4502,492 282407,128	1751,617 18184,980	,000 ,000	,947 ,995
MET	avutamise aeg minutites õigete vastuste arv	1,228 463,185	2 2	,614 231,593	,239 28,716	,788 ,000	,005 ,295
ÕPETAJA	avutamise aeg minutites õigete vastuste arv	14,428 ,133	2 2	7,214 0,0665	2,805 ,006	,085 ,984	,054 ,000
MET * ÕPETAJA	avutamise aeg minutites õigete vastuste arv	4,173 101,815	4 4	1,043 25,454	,406 3,277	,884 ,088	,016 ,084
Error	avutamise aeg minutites õigete vastuste arv	254,477 1106,753	99 99	2,578 11,178			
Total	avutamise aeg minutites õigete vastuste arv	4776,798 285079,000	100 100				
Corrected Total	avutamise aeg minutites õigete vastuste arv	274,295 1671,933	107 107				

<sup>a</sup> R Squared = ,072 (Adjusted R Squared = -,000)  
<sup>b</sup> R Squared = ,338 (Adjusted R Squared = ,295)

Joonis 10. Pea- ja koosmõju tulem igale sõltuvale tunnusele eraldi

Joonisel 10 näitab sõltumatute tunnuste mõju igale sõltuvale tunnusele eraldi. Kuid seda tabelit tuleks uurida ainult siis, kui mitmemõõtmeline test näitab, et mõju on oluline. Meie näite korral osutus oluliseks ainult tunnuse “metoodika” mõju, seega vaatame tunnust “metoodika” sellest tabelist. Näeme, et metoodika ei avalda statistiliselt olulist mõju arvutamise kiirusele ( $p > \alpha$ ), kuid statistiliselt oluline mõju on olemas arvutamise täpsusele ( $p < \alpha$ ). Viimasest veerust saame vaadata, kui tugev see mõju on. Et osaline eta ruut  $\eta_p^2 = 0,295$ , siis võib öelda, et mõju on nõrk ja 29,5% arvutamise täpsusele vastavast dispersioonist kirjeldab metoodika mõju.

- Meie näites tunnuse “metoodika” mõju on oluline sõltuvatele tunnustele. Tekib küsimus, kas metoodika P ja metoodika Q korral testide punktide ühine keskvärtus erineb metoodika Q keskvärtusest? Sellele küsimusele vastamiseks tuleks tellida lisatestid paariviisilisteks võrdluseks. Selleks vajuta *Multivariate* aknas (vt. Joonist 1) nuppu *Post Hoc*. Post hoc testidega saab leida, millised keskmised erinevad. Iga sõltuva tunnuse jaoks tehakse eraldi test.



Joonis 11. Dialogiakene *Post Hoc* testide tellimiseks

Et määrata, milliseid tunnuseid võrdlustes kasutada, aseta need väljalt *Factor(s)* väljale *Post Hoc Tests for*. Kui võime eeldada, et dispersioonid on võrreldavates gruppides sarnased, siis tuleks valida sobiv test kastist *Equal Variances Assumed*. Valikus pakutakse välja mitmeid erinevaid teste, kuid kõige levinumad on Bonferroni ja Tukey' test. Vältida tuleks LSD testi, sest vastava testi meetod on vananenud. Kui on vaja teha suur hulk võrdlusi, siis on kasulikum valida Tukey'i test ning väikese hulga võrdluste korral Bonferroni. Kuna meie näites on vaja teha vähe võrdlusi, siis valime Bonferroni testi.

Juhul kui võib eeldada, et gruppide vahelised dispersioonid erinevad statistiliselt olulisel määral, siis saab valida sobiva testi kastist *Equal Variances Not Assumed*.

Kui ei ole kindel, et dispersioonid on võrreldavates gruppides sarnased, siis tuleks märgistada sobiv test nii väljal *Equal Variances Assumed*, kui ka *Equal Variances Not Assumed*. Aknas *Options* (vt. Joonis 2) saab tellida testi dispersioonide sarnasuse kontrollimiseks.

#### Paariviisilise võrdluse hüpoteesid:

$H_0$ : kahe võrreldava alamkogumi keskvärtused ei erine

$H_1$ : kahe võrreldava alamkogumi keskvärtused erinevad

### Post Hoc Tests

kasutatud metoodika

keskväärtuste erinevus alamkogumis

Multiple Comparisons

olulisuse tõenäosus p

Bonferroni

Dependent Variable	(i) kasutatud metoodika	(j) kasutatud metoodika	Mean Difference (i-j)	Std. Error	Sig.	95% Confidence Interval	
						Lower Bound	Upper Bound
arvutamise aeg minutites	P	Q	-,1269	,37789	1,000	-1,0472	,7934
		R	-,1342	,37789	1,000	-,7861	,10545
	Q	P	,1269	,37789	1,000	-,7934	,10472
		R	,3611	,37789	1,000	-,6592	,11614
	R	P	-,1342	,37789	1,000	-1,0545	,7861
		Q	-,2611	,37789	1,000	-1,1814	,6592
õigete vastuste arv	P	Q	-4,50*	,788	,000	-6,42	-2,58
		R	-4,28*	,788	,000	-6,20	-2,36
	Q	P	4,50*	,788	,000	2,58	6,42
		R	,22	,788	1,000	-1,70	2,14
	R	P	4,28*	,788	,000	2,36	6,20
		Q	-,22	,788	1,000	-2,14	1,70

Based on observed means.

\*. The mean difference is significant at the ,05 level.

\*. Erinevus on statistiliselt oluline nivool 0,05.

Joonis 12. Tunnuse “metoodika” paariviisiliste võrdluste tulem

Tunnuse “metoodika” paariviisilistest võrdlustest näeme, et arvutamise kiiruse erinevus ei ole statistiliselt oluline ühegi metoodika korral. Samas arvutamise täpsuse erinevus on statistiliselt oluline metoodikate P ja Q ning ka metoodikate P ja R jaoks. Metoodikate Q ja R korral arvutamise täpsus statistiliselt oluliselt ei erine.

õpetaja

keskväärtuste erinevus alamkogumis

Multiple Comparisons

olulisuse tõenäosus p

Bonferroni

Dependent Variable	(i) õpetaja	(j) õpetaja	Mean Difference (i-j)	Std. Error	Sig.	95% Confidence Interval	
						Lower Bound	Upper Bound
arvutamise aeg minutites	A	B	-,4981	,37789	,572	-1,4184	,4222
		C	-,8931	,37789	,060	-1,8134	,0272
	B	A	,4981	,37789	,572	-,4222	1,4184
		C	-,3950	,37789	,895	-1,3153	,5253
	C	A	,8931	,37789	,060	-,0272	1,8134
		B	,3950	,37789	,895	-,5253	1,3153
õigete vastuste arv	A	B	,03	,788	1,000	-1,89	1,95
		C	-,06	,788	1,000	-1,97	1,86
	B	A	-,03	,788	1,000	-1,95	1,89
		C	-,08	,788	1,000	-2,00	1,84
	C	A	,06	,788	1,000	-1,86	1,97
		B	,08	,788	1,000	-1,84	2,00

Based on observed means.

Joonis 13. Tunnuse “õpetaja” paariviisilise võrdluse tulem

Paariviisilistest võrdlustest näeme (joonis 13), et statistiliselt olulist erinevust ei ole ühegi õpetaja korral arvutamise kiiruses ega täpsuses, sest olulisuse tõenäosus  $p > \alpha$ .



## Kokkuvõte

Käesolev proseminaritöö eesmärgiks oli koostada õppematerjal andmeanalüüsi kursuse läbijatele ning ka teistele huvilistele. Ühendatud on mitmemõõtmelise dispersioonanalüüsi MANOVA mudeli kirjeldus ja vastava analüüsi läbiviimine.

Proseminaritöö koosneb kahest osast:

- *Mitmemõõtmelise dispersioonanalüüsi MANOVA mudeli kirjeldus.* Selles osas vaadatakse MANOVAle kehtestatud piiranguid ja eeliseid ANOVA ees. Jõutakse järeldusele, et kuigi MANOVA korral on esimest liiki vea tegemise tõenäosus väiksem kui ANOVA mudeli korral, ei ole alati otstarbekas kasutada MANOVA – on olukordi, kus targem oleks kasutada just ANOVA. Tuuakse ka välja, millistele küsimustele aitab mitmemõõtmeline dispersioonanalüüs MANOVA vastust leida. Seejuures on iga tekkinud küsimuse selgitamiseks toodud näide ja võimalusel ka näitele vastavad statistilised hüpoteesid.
- *SPSS'i kasutamine mitmemõõtmelise dispersioonanalüüsi MANOVA tellimiseks ja tulemuste tõlgendamine.* Siin tuuakse alguses näide, mida hakatakse analüüsima, et näidata, kuidas mitmemõõtmelist dispersioonanalüüsi MANOVA realselt teostada. Näide on autori poolt välja mõeldud ning vastavat arvutamise testi ei ole realselt läbi viidud. Samm haaval on kirjeldatud tehtavad valikud ning analüüsitud tulemite tabelid. Programmipaketi SPSS abil on võimalik teha rohkem valikuid kui on näidatud antud töös, kuid käesolevas proseminaritöös on vaadeldud ainult kõige üldisemaid ja enam kasutatavaid. Välja on toodud tulemite tabelid ja nende analüüsid.

Et loetav materjal oleks võimalikult lihtne, siis on käesolevas töös valemite esitamist välditud. Suuremad huvilised võiksid siiski iseseisvalt uurida näiteks, milliseid valemiteid kasutatakse erinevate statistikute leidmiseks ja illustreerivate graafikute esitamist.

**Kasutatud kirjandus**

1. A.-M. Parring, M. Vähi, E. Käärrik. (1997). *Statistilise andmetöötuse algõpetus*. Tartu: Tartu Ülikooli Kirjastus. ISBN 9985-56-221-6.
2. Spss Inc. (1999). *Spss Advanced Models 10.0*. Chicago: SPSS Inc. ISBN 013017890X.
3. Barbara G. Tabachnich. Linda S. Fidell. (1996). *Using Multivariate Statistics*. New York: HarperCollins College Publishers. ISBN #0-673-99414-7.
4. R. Gebotys. (2000). *Example: Multivariate Analysis of Variance*. URL <http://www.wlu.ca/~wwwpsych/gebotys/manova.pdf>.